



УДК 624.072

ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ С РАЗЛИЧНЫМИ СПОСОБАМИ ФИКСАЦИИ АРМАТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А.Л. Балушкин

Александр Леонидович Балушкин

Кафедра строительных конструкций, Ярославский государственный технический университет, ул.
Кривова, 40, Ярославль, Российская Федерация, 150048

E-mail: balushkinal@ystu.ru



Рассматриваются различные типы элементов железобетонных перекрытий, реализованные в практике строительства и имеющие различные конструктивные особенности по закреплению арматурного элемента в бетоне. Для определения параметров напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента используется модель составного стержня А.Р. Ржаницына, адаптированная для решения задач с учетом нелинейных эффектов, сопровождающих процесс деформирования армированного стержня. Спецификой предлагаемого подхода является возможность моделирования процесса трещинообразования в виде системы эволюционирующих дискретных трещин. Полученные результаты позволяют вводить в расчет жесткость связей сдвига различного типа. Методика расчета учитывает традиционный распределенный тип контакта между арматурой и бетоном. В работе также представлен подход для учета дискретного типа контакта арматурного элемента с бетонным элементом, что имеет место при усилении железобетонных конструкций, а также в постнапряженных конструкциях.

Предлагаемая модель позволяет рассматривать железобетонные конструкции с обычным армированием, также имеется возможность определять усилие для предварительно напряженных и постнапряженных элементов. Результаты доведены до конечных формул и реализуют численно-аналитический подход при решении задачи.

Ключевые слова: сцепление арматуры с бетоном, составной стержень, распределенный контакт, дискретный контакт, дискретная трещина, жесткость связей сдвига, постнапряженные конструкции, моностренд

Для цитирования:

Балушкин А.Л. Железобетонные конструкции с различными способами фиксации арматурных элементов. *Умные композиты в строительстве*. 2021. Т. 2. № 3. С. 7-21 URL: http://comincon.ru/index.php/tor/V2N3_2021

DOI: 10.52957/27821919_2021_3_7



UDC 624.072

REINFORCED CONCRETE CONSTRUCTIONS WITH DIFFERENT METHODS OF ARMOURING FIXING

A.L. Balushkin

Aleksandr L. Balushkin

Department of Building structures, Yaroslavl State Technical University, Krivova st., 40, Yaroslavl, 150048,
Russia

E-mail: balushkinal@ystu.ru



The article considers the different types of reinforced concrete slabs for construction. They have different features for fixing the reinforcing element in concrete. To determine the parameters of the stress-strain state of a reinforced concrete element we use the A. R. Rzhanitsyn's compound bar model. It was adapted to solve problems taking into account the nonlinear effects accompanying the deformation process of a reinforced rod. A specific feature of the approach is the possibility of modelling the crack formation process as a system of evolving discrete cracks. The results allow to introduce different types of shear bond stiffness into the calculation. The method considers the traditional distributed type of contact between reinforcement and concrete. The study also presents an approach to account for the discrete type of contact both between the reinforcement and the concrete elements, which occurs in reinforced concrete structures as well as in post-tensioned structures. The proposed model allows the consideration of reinforced concrete structures with regular reinforcement. It is also possible to determine the forces for prestressed and post-stressed elements. The results are presented as finite formulas and implemented the numerical-analytical approach.

Key words: concrete-to-steel bond, compound bar, distributed contact, discrete contact, discrete crack, shear bond stiffness, post-tensioned structures, monostrand

For citation:

Balushkin A.L. Reinforced concrete constructions with different methods of armouring fixing. *Smart Composite in Construction*. 2021. Vol. 2. No. 3. P. 7-21 URL: http://comincon.ru/index.php/tor/V2N3_2021

DOI: 10.52957/27821919_2021_3_7



ВВЕДЕНИЕ

В XXI благодаря успехам в материаловедении, развитию технологии железобетона, появилось значительное число армированных конструкций, в которых реализованы разные способы контактного взаимодействия между бетоном и арматурными элементами. Безопасность таких конструкций, а также экономичность и срок службы, определенные с учетом обоснованных требований, для всех стадий жизненного цикла во многом определяются достоверной информацией о параметрах напряженно-деформированного состояния (НДС) армирования. Железобетон – многокомпонентный конструкционный материал – реализован и внедрен в практику строительства благодаря сочетанию трех особенностей взаимодействия бетона и стального армирования. Прежде всего это свойство взаимного деформирования бетона и стали, защитная функция бетона по отношению к стальной арматуре, а также близкие коэффициенты температурных деформаций. Взаимность деформирования материалов обеспечивается образованием связей сдвига в зоне непосредственного контакта бетона и стальной арматуры.

В практике возведения ЖБК реализованы две разновидности контакта.

1-й тип – непрерывный распределенный контакт по длине элемента сплошной или в виде участков конечной длины. Подобный тип контакта имеет место для большинства железобетонных элементов (ЖБЭ), которые изготовлены по традиционной технологии обычного или предварительно напряженного железобетона. Наличие комбинации из участков с распределенным сцеплением и протяженных участков без сцепления, характерно для эксплуатируемых ЖБЭ, имеющих существенные повреждения защитного слоя бетона, вследствие проявления износных процессов, коррозии арматуры, температурных воздействий в диапазоне климатических отрицательных температур, а также от воздействия повышенных и высоких температур.

2-й тип контакта арматуры и бетона в ЖБЭ реализуется в виде дискретных связей, воспринимающих сдвигающие и поперечные (в направлении высоты сечения) усилия. Такой способ взаимодействия армирования с железобетонным элементом реализован в конструкциях с постнапряжением предварительно напряженной (ПН) арматуры при усилении железобетонных элементов внешним армированием, а также в некоторых сталежелезобетонных элементах. Минимальное количество связей должно фиксировать арматурный элемент только по концам, что эквивалентно по работе своеобразной «затяжке». Дискретные связи сдвига также могут быть установлены в промежуточных точках в пролете элемента, но количество таких закреплений, как правило, не превышает 5. Положение промежуточных точек согласовывается с точками «нулевых» моментов, а также

расположением технологических швов бетонирования. Развитие и внедрение постнапряженных ЖБК не только в транспортном, но и в гражданском строительстве, актуализировало проблему расчета ЖБЭ с различными условиями контакта арматурного элемента с бетоном. Особенность таких конструкций в том, что трасса моноили мультитренда не прямолинейна. ПН арматурный элемент, выполняемый, как правило, в виде моностренда размещается в объеме железобетонной конструкции по криволинейной траектории как по высоте сечения, так и в плане.

В практике применения ЖБК существуют элементы, в которых, распределенный контакт дополнительно усиливается дискретно расположенными анкерами (как правило, на концах элемента). Существуют и другие более сложные типы контакта армирования с бетоном, в частности в сборно-монолитных перекрытиях системы BabbbleDeck или разработанных на ее основе системах: Airdeck, Beeplate, Cobiax, DonutType, Nautilus, U-Boot Beton и др. Часть продольного армирования располагается в железобетонном элементе – несъемной опалубке заводского изготовления, другая часть арматуры устанавливается по месту в монолитной части конструкции. При такой технологии арматура, расположенная в растянутой или сжатой зонах сечения, может иметь разные способы фиксации и будет иметь разные жесткости сцепления.

При всех разнообразиях армирования в расчетах ЖБЭ на всех этапах жизненного цикла главным является получение максимально достоверной информации об усилении в арматурном элементе N_s или соответственно относительной деформации $\varepsilon_s = N_s / (E_s A_s)$. С учетом данных параметров можно оценить характер НДС во всех микрообъемах бетона на всех стадиях деформирования, включая критические, для обоснования рисков прогрессирующего обрушения. Параметры НДС дискретного арматурного элемента: продольное усилие - N_s , нормальное напряжение - σ_s , относительная деформация - ε_s , взаимный сдвиг относительно бетонной части элемента - g_s . Наиболее распространенные типы ЖБЭ с различными способами закрепления арматуры представлены на рис. 1.

Совместная работа бетона и армирования при всех видах деформирования обеспечивается наличием прямого (непосредственного) контакта между компонентами ЖБЭ. В понятии совместная работа – то есть совместное деформирование – предполагается факт, что деформации бетона и контактирующих с ним волокон арматурного элемента будут подобными. Это не означает априори факт того, что в конкретной точке стержня, в зоне контакта, приращения относительных деформаций бетона и арматуры совпадают $\Delta\varepsilon_b \equiv \Delta\varepsilon_s$. Для реальных ЖБЭ имеет место соотношение $\Delta\varepsilon_b \cong \Delta\varepsilon_s$ или $\Delta\varepsilon_b \approx \Delta\varepsilon_s$, при очень «жестком» или, как принято употреблять при использовании методов расчета по СП 63.13330.2012 [12],



«обеспеченном» сцеплении в стадии упругой работы. Если сцепление податливое, то для эксплуатируемых элементов $\Delta\varepsilon_b \neq \Delta\varepsilon_s$, и тогда уместнее использовать термин взаимное деформирование.

Контакт между бетоном и армирующим элементом обеспечивают поперечные связи, как правило, абсолютно жесткие и связи, работающие на сдвиг – воспринимают сдвигающие усилия $T_s(x)$ или сдвигающие напряжения (напряжения сцепления) $\tau_g(x) = T'_s(x)$, x – текущая координата по длине стержня. Физически контакт между арматурным элементом и бетоном обеспечивается сцеплением.

В обычных ЖБЭ с гибкой арматурой внешние силовые факторы воздействуют на бетон. Бетон деформируется, за счет сцепления включается в работу арматура, но с

некоторой задержкой по времени и интенсивности деформаций. Это вызвано тем, что связи сдвига обладают конечной жесткостью $G_{iink}(x)$ (податливостью $G_{iink}^{-1}(x)$), которая реально является переменной величиной по длине элемента.

Характер распределения деформаций и напряжений на участках с трещинами наиболее подробно рассматривался в работах Н.И. Карпенко [6, 7] и его последователей, а также в работах М.М. Холмянского [14] и представителей его школы.

В качестве расчетной модели используются основные положения теории составных стержней А.Р. Ржаницына [9] с учетом специфики, присущей железобетонным стержневым элементам.

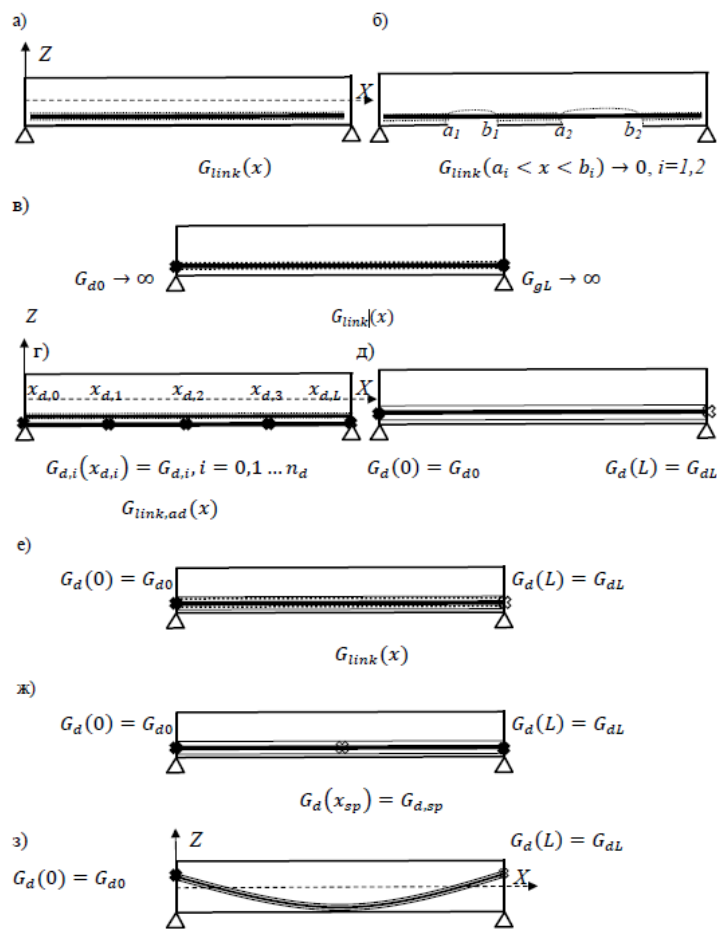


Рис. 1. Изгибаемые железобетонные элементы с разными типами контакта:

- ◆ - активный анкер, используемый для фиксации и натяжения арматурного элемента;
- ⊗ - пассивный анкер предназначен только для фиксации арматурного элемента

Fig. 1. Flexible reinforced concrete elements with different types of contact

- ◆ - active anchor used to fix and tension the reinforcing element;
- ⊗ - the passive anchor is intended only for fixing the reinforcing element



На рис. 1 показано:

а) Распределенный непрерывный контакт по всей длине – это элементы с обычной арматурой, находящиеся в нормативном техническом состоянии;

б) Распределенный контакт с участками конечной длины в сочетании с участками, где сцепление полностью отсутствует. Железобетонный элемент, имеющий участки разрушенного защитного слоя. Такой случай может иметь место как дефект изготовления или транспортировки, но чаще это механическое повреждение или повреждение вследствие развития процесса коррозии арматуры;

в) Распределенный непрерывный контакт по всей длине с дополнительными анкерами по концам. Дополнительные анкера – закладные детали, к которым фиксируется продольная арматура для усиления анкеровки;

г) Размещение дополнительного арматурного элемента с фиксацией к существующей арматуре. Реализуется в нескольких вариантах: закрепление дополнительной арматуры только по концам, закрепление в виде системы анкеров, размещенных по всей длине элемента, закрепление по всей длине элемента. Это реализация способа усиления обычного ЖБЭ методом наращивания с растянутой зоны путем увеличения продольного армирования. В первых двух вариантах используется стальная арматура, в третьем варианте композитная в виде холстов, полотен, ламелей, жгутов или композитных стержней. Наиболее эффективный вариант усиления – использование композитов на основе углеродных волокон;

д) ЖБЭ с постнапряжением. Размещение арматурного элемента в канале или в пазах без инъецирования с установкой анкеров для фиксации ПН арматурного элемента только по концам;

е) Постнапряженный элемент с 2-мя анкерами, установленными по концам и с последующим инъецированием канала. Схемы в) и е) похожи, поскольку в обеих реализован распределенный по длине контакт, усиленный по концам анкерами (е) или опорными закладными деталями (в). Можно трактовать как контакт арматуры с бетонным элементом по концам с последующей организацией контакта по всей длине элемента, но который выполнен по различным технологиям. В варианте в) жесткость сцепления $G_{link}(x)$ предопределяется свойствами бетона всего элемента, в варианте е) для инъецирования канала можно использовать разные составы с модулем деформации $E_{can,inj} \leq E_b$, отличным от модуля деформации бетонного элемента.

ж) Постнапряженный элемент без инъецирования канала. Элемент имеет по концам два активных анкера для натяжения арматуры. В средней части установлен глухой, пассивный симметричный анкер. Такое конструктивное решение может использоваться при большой длине конструкции и соответственно ПН элемента, а

также для возможности устройства технологических швов бетонирования.

з) Постнапряженный элемент, имеющий криволинейную трассу канала для размещения моностренда. Арматурный элемент имеет начальную кривизну по высоте сечения и по длине железобетонной конструкции.

Рассматривается железобетонный элемент с двойной гибкой арматурой, расположенной в верхней и нижней частях сечения. Арматура имеет площади поперечного сечения соответственно: A_{s1} , A_{s2} . Таким образом, элемент представляет собой составной стержень, состоящий из трех ветвей: в центре расположена бетонная ветвь, вверху и внизу – арматурные ветви. Все ветви соединены между собой абсолютно жесткими поперечными связями и податливыми связями сдвига.

Стержень работает по балочной схеме в условиях поперечного изгиба. В зоне контакта арматурных элементов и бетонной ветви действуют сдвигающие усилия: T_{si} , $i = 1,2$. При этом в верхней арматурной ветви A_{s1} , возникает сжимающее усилие N_{s1} , в нижней арматурной ветви A_{s2} возникает растягивающее усилие N_{s2} . Бетонная ветвь подвергается действию изгибающего момента и продольных сил. НДС в сечении бетонной ветви может соответствовать НДС внецентренно нагруженного элемента. Если рассматривать обычный железобетонный элемент, когда в арматурных ветвях нет начальных напряжений от предварительного напряжения, температуры и др., то есть $\sigma_{sp0,i} = 0$, $i = 1,2$, тогда усилия в арматурных ветвях тождественно равны сдвигающим усилиям в соответствующих швах: $N_{si} \equiv T_{si}$, $i = 1,2$. Сдвигающие усилия изменяются по длине элемента, что приводит к возникновению касательных напряжений в связях сдвига

$$\tau_{gi}(x) = T'_{si}(x), \quad i = 1,2, \quad (1)$$

где x – текущая координата, отсчитываемая по длине стержня. Поскольку связи сдвига податливые, касательные напряжения (в ЖБК принято также идентифицировать их как напряжения сцепления) вызывают образование взаимных сдвигов в швах составного стержня: $\vec{g}_{s,i}(x)$, $i = 1,2$.

При решении задачи об определении НДС в элементах составного стержня основная задача состоит в определении сдвигающих усилий в соответствующих швах: $T_{si}(x)$, $i = 1,2$ или усилий в арматурных ветвях: $N_{si}(x)$, $i = 1,2$. Одновременно решается задача об определении взаимных сдвигов в швах – контактных зонах армированного стержня $g_{si}(x)$, $i = 1,2$.

Взаимный сдвиг в шве с позиции геометрии – это разность смещений смежных волокон арматурного стержня и соответствующих волокон бетонной ветви в местах расположения арматурных ветвей A_{s1} , A_{s2} определяются соответственно как



$$\begin{aligned} \vec{g}_{s1}(x) &= \vec{u}_{bs1}(x) - \vec{u}_{s1}(x) = \int_0^x (\varepsilon_{s1}(x) - \varepsilon_{bs1}(x))dx + \sum_{i=1}^{n_{crc}} H(x, x_{crc,i}) [g_{s1,i}], \\ \vec{g}_{s2}(x) &= \vec{u}_{s2}(x) - \vec{u}_{bs2}(x) = \int_0^x (\varepsilon_{s2}(x) - \varepsilon_{bs2}(x))dx - \sum_{j=1}^{n_{crc}} H(x, x_{crc,j}) [g_{s2,j}], \end{aligned} \quad (2)$$

где $\vec{u}_{s,i}(x)$, $i = 1, 2$ – перемещение волокон соответствующей арматурной ветви в направлении продольной оси стержня;

$\vec{u}_{bs,i}(x)$, $i = 1, 2$ – перемещения волокон бетонной ветви, расположенных на уровне центра тяжести соответствующей арматурной ветви по направлению продольной оси стержня;

$$H(x, x_{crc,j}) = \begin{cases} 0, & x < x_{crc,j} \\ 1, & x \geq x_{crc,j} \end{cases} \text{ – функция Хевисайда;}$$

j – номер трещины по длине элемента;

n_{crc} – общее число нормальных трещин;

$[g_{s,i,j}]$ – скачки деформаций взаимного сдвига и скачки смещений бетона на уровне центра тяжести соответствующих арматурных ветвей, имеющие место в трещине.

С позиций силового деформирования взаимный сдвиг между ветвями определяется с учетом зависимости между напряжениями в связях сдвига и жесткостью связей сдвига (жесткость сцепления):

$$\vec{g}_{s,i}(x) = -G_{link,i}^{-1}(x)\tau_{gi} = -G_{link,i}^{-1}(x)T'_{si}(x), \quad (3) \quad i = 1, 2,$$

где $G_{link,i}(x)$, $i = 1, 2$ – жесткость связей сдвига в соответствующих швах составного стержня $i = 1$ соответствует шву, где расположена арматурная ветвь A_{s1} , $i = 2$ для A_{s2} соответственно.

В формуле (3) параметр $G_{link,i}(x)$ – жесткость связей сдвига – это скалярная величина определяется с учетом того, что общий сдвиг между ветвями составного стержня определяется как

$$g_{s,i}(x) = g_{w,i}(x) + g_{b,i}(x), \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

Сдвиг между ветвями происходит на участке бетонной стенки шириной $m_0 - a_{s,2}$, $i = 2$. Обозначим его как $g_w(x)$. Другая часть сдвига происходит в контактном слое. Это взаимный сдвиг между арматурой и окружающим бетоном $g_{bond}(x)$, или сокращённо $g_b(x)$ [14].

Жесткость связей сдвига определяется из соотношения

$$\frac{1}{G_{link}(x)} = \frac{1}{G_w(x)} + \frac{1}{G_{bond}(x)} \quad (5)$$

В данном выражении $G_w(x)$ определяет жесткость продольному сдвигу участка бетонной ветви в пределах расстояния между центрами тяжести бетонной и соответствующей арматурной ветви; $G_{bond}(x)$ – жесткость области непосредственного контакта бетонной ветви с арматурными ветвями, н/мм² (МПа).

У реальных ЖБК жесткость связей сдвига $G_{link}(x)$ имеет конечное значение и в процессе эксплуатации имеет тенденцию к снижению вследствие проявления

износных процессов и/или действия агрессивных факторов внешней среды. При силовом деформировании в сечении с трещиной $G_{link}(x) \rightarrow 0$. В процессе деформирования ЖБЭ образуется система дискретных трещин. Факт упоминания о реальной физической картине процесса трещинообразования, а также попытки рассмотрения работы изгибаемых элементов с отдельно расположенными нормальными трещинами по длине элемента предпринимались ранее разными исследователями в частности в работах [1, 5, 13]. Наиболее удачной и математически обоснованной следует признать «блочную модель» (возможно впервые упомянутую в работе В.Н. Байкова [1]), имевшую значительное расчетное обоснование в работах В.В. Белова, П.И. Васильева, Е.Н. Пересыпкина, Г.П. Яковленко и других последователей данной школы.

В сталежелезобетонных постнапряженных конструкциях (без инъецирования каналов) при усилении железобетонных балок внешней арматурой имеет место дискретное расположение связей сдвига (рис. 2). Деформации взаимного сдвига имеют место только в местах закрепления арматурного элемента. Между точками закрепления, если не учитывать трение, усилия между ветвями стержня и сдвиговые деформации не возникают, на этих участках возникает только взаимное смещение арматурного элемента относительно бетонного, внешние усилия в зоне непосредственного контакта бетона и арматурного элемента никакой работы на этих участках не совершают. Если размеры участков закреплений арматурного элемента существенно меньше длины стержня, то в точках закрепления имеет место сосредоточенный сдвиг. Значение сдвигающего усилия между двумя смежными связями имеет постоянное значение, тогда $T'_s(x) = \tau_{gs}(x) = 0$. В месте расположения дискретной связи j имеет место скачок значения сдвигающего усилия $\Delta T_{s,i,j}$.

Выражение для сдвигающего усилия по длине элемента можно записать с использованием функции Хевисайда $H(x, x_{d,j})$:

$$T_{s,i}(x) = T_{s,i}(0) + \sum_{j=0}^{j=n_d} H(x - x_{d,j}) \Delta T_{s,i,j}, \quad (6)$$

где n_d – общее число закреплений арматурного элемента по длине;

$\Delta T_{s,i,j} = T_{s,i,j+1} - T_{s,i,j}$ – скачок сдвигающего усилия в месте расположения связи j по длине элемента;

$T_{s,i,j}$ – сдвигающее усилие для i -арматурной ветви (шва) в месте расположения связи с номером j по длине элемента.



Выражение взаимного сдвига и жесткости связей сдвига по длине элемента можно записать, используя аппарат обобщенных функций

$$G_{d,i}(x) = \sum_{j=1}^{j=n_d} G_{d,i,j} \delta(x - x_{d,j}), \quad (7)$$

где $G_{d,i,j}$ – жесткость на сдвиг дискретной связи для i -арматурной ветви (шва) в месте расположения связи с номером j по длине элемента;

$x_{d,j}$ – координата точки дискретной связи по длине элемента.

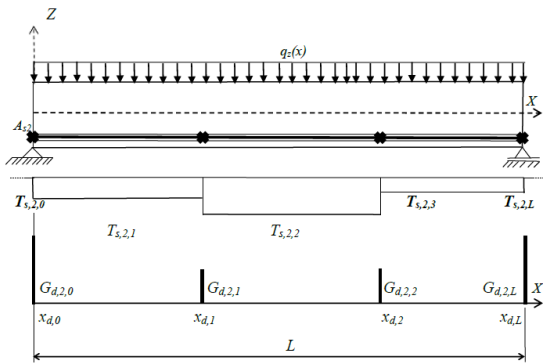


Рис. 2. Схема железобетонной балки с дискретным закреплением арматурного элемента.

Показаны эпюры сдвигающих усилий и жесткости дискретных связей сдвига

Fig. 2. Scheme of a reinforced concrete beam with discrete fastening of the reinforcing element.

Diagrams of shearing forces and stiffness of discrete shear bonds are shown

В дальнейших расчетах для параметра $\delta(x)$ – дельта-функции Дирака – используется наиболее простое представление в виде $h_\Delta(x)$ – дельтообразной функции с учетом рекомендаций [10]:

$$\delta(x) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} h_\Delta(x), \quad (8)$$

$$h_\Delta(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{при } x \in [-\Delta/2, \Delta/2], (\Delta > 0), \\ 0 & \text{при } x \in]-\infty, -\Delta/2[\cup \Delta/2, \infty[. \end{cases}$$

Взаимный сдвиг $g_{s,i}(x)$ определяется с учетом выражения (3), но имеет ненулевое значение только в точках закрепления

$$g_{s,i}(x) = -\frac{T'_{s,i}(x)}{G_{d,i}(x)} = -\frac{\sum_{j=0}^{j=n_d} \Delta T_{s,i,j} \delta(x-x_{d,j})}{\sum_{j=1}^{j=n_d} G_{d,i,j} \delta(x-x_{d,j})} \quad (9)$$

Если дискретные связи в пролете имеют одинаковую жесткость, расположены с постоянным шагом (s_d), при числе связей в пролете $n_d - 2 \geq 5$ тип связей сдвига можно заменить, приняв равномерно распределенные по длине связи с жесткостью $G_{bond,i} = G_{d,i}/s_d$. При

уменьшении шага закреплений арматурной ветви, когда $s_d \rightarrow \Delta x$, значения деформации сдвига определяются как

$$g_{s,i,j} = -T'_{s,i}(x) G_{d,i}^{-1} \delta(x - x_{d,i,j}) = -\frac{T_{s,i,j+1} - T_{s,i,j}}{\Delta x} \frac{\Delta x}{G_{d,i}} = -\frac{T_{s,i,j+1} - T_{s,i,j}}{G_{d,i}}, \quad (10)$$

$$j = 1, 2 \dots n_d - 1,$$

где $x_{d,i,j}$ – j -координата точки закрепления i -арматурной ветви.

Если жесткость закреплений арматурной ветви по длине отличается, значение сосредоточенного сдвига в случае дискретных связей определяется как

$$g_{s,i,j} = -\frac{T_{s,i,j+1} - T_{s,i,j}}{G_{d,i,j}}, \quad j = 1, 2 \dots n_d - 1. \quad (11)$$

Деформации сдвига $g_{s,i,0}, g_{s,i,n_d}$ определяются из граничных условий, поскольку конструкции опорных и промежуточных закреплений (анкеров) могут отличаться.

Взаимный сдвиг между ветвями составного стержня $\vec{g}_{s,i}(x)$, $i = 1, 2$ – векторная величина, имеющая алгебраический знак. В расчетах реальных железобетонных элементов знак деформации сдвига значения не имеет. Для перехода к скалярным величинам, интегральное уравнение (2) преобразуется в дифференциальное, если применить процедуру вычисления дивергенции. Дивергенция – это линейный дифференциальный оператор, отображающий векторное поле на скалярное, для каждой точки стержня. В задачах исследования стержней (одномерный случай) дивергенция определяется как $div \vec{g}_{s,i}(x) = g'_{s,i}(x)$, $i = 1, 2$.

При вычислении дивергенции функции взаимных сдвигов $div \vec{g}_{s,i}(x)$, $i = 1, 2$ учтено, что после образования трещин функция $g_{s,i}(x)$ по длине стержня имеет разрывы первого рода. Выражение дивергенции записано в виде обобщенной производной. Приращение взаимного сдвига по длине получаем, дифференцируя выражения (2) с учетом правил дифференцирования обобщенных функций [2]:

$$g'_{s,i}(x) = \{g'_{s,i}(x)\} - \sum_{j=1}^{n_{crs}} \delta(x - x_{crs,j}) [g_{s,i,j}]. \quad (12)$$

Объединяя выражения для сдвига (2) и (3), получаем

$$div \vec{g}_{s,i}(x) = \Delta \varepsilon_{g,i}(x) + \sum_{j=1}^{n_{crs}} \delta(x - x_{crs,j}) [g_{s,i}]|_{x_{crs,j}} = (-G_{link,i}^{-1}(x) T'_{s,i}(x))', \quad i = 1, 2. \quad (13)$$

Применение процедуры дивергенции переводит функцию потока векторного поля $\vec{g}_{s,i}$ в скалярное поле плотности источников деформаций взаимного сдвига. По физическому смыслу – это разность относительных деформаций смежных волокон в шве составного стержня $\Delta \varepsilon_{g,i}(x)$. Для численной реализации уравнение (13) записывается в традиционном виде

$$(14)$$



$$\begin{aligned} (-G_{link,i}^{-1}(x)T'_{s,i}(x))' &= \varepsilon_{s,i}(x) - \varepsilon_{bs,i}(x) + \\ &+ \sum_{j=1}^{n_{crc}} \delta(x - x_{crc,j}) [g_{s,i}]|_{x_{crc,j}}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$i = 1, 2.$$

Здесь $\varepsilon_{s,i}(x)$ – относительная деформация i -арматурной ветви; $\varepsilon_{bs,i}(x)$ – относительная деформация волокон бетонной ветви, расположенных на уровне центра тяжести i -арматурной ветви; $[g_{s,i}]|_{x_{crc,j}}$ – скачок деформаций взаимного сдвига в сечении с трещиной, (по абсолютной величине численно равен ширине раскрытия нормальной трещины) имеющей координату по длине элемента $x_{crc,j}$; j – номер трещины по длине.

Определяя значения относительных деформаций арматуры и смежных волокон бетонной ветви и используя соотношения сопротивления материалов, окончательно получается уравнение для определения сдвигающего усилия в контактной зоне железобетонного элемента T_s . Знак минус определяет очертание эпюры взаимных сдвигов. Поскольку уравнение оперирует со скалярными величинами, алгебраический знак опускаем. Для элемента с армированием только в нижней зоне (A_{s2}) получается

$$(T'_{s2}G_{link2}^{-1})' = T_{s2}\Delta_{22} + \Delta_{2p}, \quad 0 < x < L, \quad (15)$$

где $\Delta_{22} = \bar{\varepsilon}_{s2}(x) - \bar{\varepsilon}_{bs2}$ – коэффициент канонического уравнения метода сил, численно равный разности относительных деформаций арматурной ветви и волокон бетонной ветви на уровне центра тяжести растянутой арматурной ветви при действии $T_{s2} = 1$,

$$\Delta_{22} = \frac{1}{E_{s2}A_{s2}} + \frac{1}{A_e} + \frac{(m_0 - a_2)^2}{B_e} F_2(\omega, z), \quad (16)$$

где B_e ; A_e ; m_0 – характеристики сечения бетонной ветви: соответственно жесткость при изгибе, жесткость при сжатии, расстояние от нижней грани до центра тяжести;

Δ_{2p} – свободный член уравнения, равный сумме относительных деформаций, возникающих от действия внешних силовых факторов в стержнях основной системы, вычисленных на уровне центра тяжести арматурных ветвей и приращения сосредоточенного взаимного сдвига в сечении с возможной трещиной:

$$\begin{aligned} \Delta_{2p} &= -\frac{M(x)}{B_e} (m_0 - a_2) F_2(\omega, z) + \\ &+ \sum_{j=1}^{n_{crc}} \delta(x - x_{crc,j}) [g_{s2,j}]|_{x_{crc,j}}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$F_2(\omega, z) = \left(1 + \frac{\sum \bar{\omega}_k}{A_e(m_0 - a_2)}\right) \left(1 - \frac{\sum \bar{\omega}_k z_k}{B_e}\right)^{-1} \quad (18)$$

где $F_2(\omega, z)$ – функция, учитывающая развитие неупругих деформаций и трещины в бетонной ветви;

$M(x)$ – момент от действия внешней нагрузки;

$\bar{\omega}_k = \omega_k / \rho^{-1}$, z_k – функции влияния, учитывающие развитие неупругих деформаций в растянутом, сжатом

бетоне и трещинообразование. Данные параметры зависят от стадии деформирования бетонной ветви, принятой диаграммы $\sigma_b - \varepsilon_b$, а также от типа поперечного сечения бетонной ветви.

Дополняя уравнение (15) граничными условиями, получаем математическую формализацию для 1-й краевой задачи, которая наиболее часто имеет место в практических расчетах:

$$\begin{aligned} (T'_{s2}G_{link2}^{-1})' - \Delta_{22}T_s &= \Delta_{2p}, \quad 0 < x < L, \\ T_{s2}(0) &= T_{s20}, \quad T_{s2}(L) = T_{s2L}. \end{aligned} \quad (19)$$

Железобетонный элемент с двойным армированием состоит из трех элементов и имеет два шва. Номера швов составного стержня сверху вниз ($i = 1, 2$) соответствуют арматурам A_{s1}, A_{s2} . Система уравнений и граничные условия выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} (T'_{s1}(x)G_{link1}^{-1}(x))' &= \Delta_{11}(x)T_{s1}(x) + \\ &+ \Delta_{12}(x)T_{s2}(x) + \Delta_{10}(x) \\ (T'_{s2}(x)G_{link2}^{-1}(x))' &= \Delta_{21}(x)T_{s1}(x) + \\ &+ \Delta_{22}(x)T_{s2}(x) + \Delta_{20}(x) \end{aligned} \right\}, \quad (20) \\ 0 < x < L, \end{aligned}$$

$$\begin{cases} T_{s1,0} - \kappa_{11}T_{s1,1} = \mu_{11}, \\ T_{s1,N} - \kappa_{12}T_{s1,N-1} = \mu_{12}, \\ T_{s2,0} - \kappa_{21}T_{s2,1} = \mu_{21}, \\ T_{s2,N} - \kappa_{22}T_{s2,N-1} = \mu_{22}. \end{cases} \quad (21)$$

Выражение для граничных условий, необходимое для формирования системы разностных уравнений, записывается в общем виде, позволяющем учитывать шарнирное опирание и жесткое защемление на опоре [11].

1. При шарнирном опирании решается 1-я краевая задача (задача Дирихле) $\kappa=0, \mu=0$.

2. Жесткая заделка на опоре соответствует 2-й краевой задаче (задача Неймана) $\kappa=1, \mu=0$. Жесткая заделка может быть принята при моделировании работы статически неопределимых монолитных балок и рам для стадии работы 1 и 2.

3. Податливое закрепление на опоре моделируется 3-й краевой задачей (задача Робена) $\kappa \neq 0, \mu \neq 0$. Имеет место при расчете сборных каркасов и при расчете монолитных балок в предельной стадии, а также когда арматурный элемент, имеющий распределенный контакт с бетоном по длине, на опоре фиксируется податливым анкером (закладной деталью).

При различных способах фиксации арматурного элемента с бетонной частью в ЖБЭ имеют место разные типы уравнений для определения усилия в дискретном арматурном элементе N_s .

Элемент с распределенным контактом (сцеплением) по всей длине (см. рис. 1, а).

Согласно СП 63.13330.2018, для расчета нормальных сечений стержневых элементов принята деформационная модель, в таком случае продольное усилие в арматуре N_s определяется при «обеспеченном сцеплении» или абсолютно жестком контакте арматуры с бетоном. Для



обычных ЖБЭ относительные деформации арматуры и бетона равны $\varepsilon_s(x) = \varepsilon_{bts}(x)$ или $\varepsilon_s(x) - \varepsilon_{bts}(x) = g'_s(x) = 0$. Для элементов, имеющих в составе армирования ПН арматурные элементы, условие взаимности деформирования бетона и арматурного элемента записывается для приращений относительных деформаций как

$$\Delta\varepsilon_s(x) - \Delta\varepsilon_{bts}(x) = \Delta g'_s(x) = 0, \quad (22)$$

$$N_s = \frac{M \cdot (h_0 - x)}{B} E_s A_s.$$

В данной формуле M – изгибающий момент в рассматриваемом сечении от внешней нагрузки; x – высота сжатой зоны; h_0 – рабочая высота сечения; B – жесткость при изгибе.

У большинства реализованных и эксплуатирующихся ЖБЭ жесткость контакта арматуры с бетоном или жесткость сцепления имеет конечное значение $0 < G_{link,i}(x) < \infty$. Поэтому в процессе силового деформирования приращения относительных деформаций арматуры и окружающего бетона в одной точке по длине не будут совпадать $\Delta\varepsilon_s(x) \neq \Delta\varepsilon_{bts}(x)$, $\Delta\varepsilon_s(x) - \Delta\varepsilon_{bts}(x) = \Delta g'_s(x) \neq 0$. При этом определение параметров НДС арматурного элемента по формуле (22) может давать значительные погрешности, которые будут возрастать, если $G_{link,i}(x) \rightarrow 0$.

В качестве базовой расчетной модели используется модель составного стержня с абсолютно жесткими поперечными связями и связями сдвига, распределенными по длине элемента в виде участков с различной жесткостью $G_{link,i}(x)$, $i = 1, 2 \dots n_{yч.}$, также по длине элемента могут быть установлены дискретные абсолютно жесткие или податливые дискретные анкеры, имеющие жесткость $G_{a,j}$, $j = 1, 2 \dots n_d$.

Первая краевая задача

$$(T'_{s2} G_{link2}^{-1})' - \Delta_{22} T_s = \Delta_{2p}, \quad 0 < x < L, \quad (23)$$

$$T_{s2}(0) = T_{s20}, \quad T_{s2}(L) = T_{s2L}.$$

Подстрочный индекс «2» обозначает арматурный элемент, расположенный в нижней части сечения. Для обычных ЖБЭ $N_{s2}(x) = T_{s2}(x)$.

ЖБЭ, имеющий по длине участки оголенной арматуры (см. рис. 1, б).

Элемент с участками без сцепления. Решение уравнения (19) осуществляется методом конечных разностей с использованием неявных разностных схем. Для построения разностной схемы используется метод конечных объемов. Для решения системы уравнений используется метод «поточковой прогонки», который позволяет адаптировать алгоритм расчета, при котором коэффициенты уравнения сильно меняются в узлах сетки [10, 11]. Принимается разностная схема, монотонная для участков с обеспеченным сцеплением и для участков, на которых $G_{link}(x) = 0$.

ЖБЭ, имеющий распределенное сцепление и усиленный по концам дополнительными дискретными анкерами (см. рис. 1, в).

Усилие в арматуре определяется из решения второй краевой задачи:

$$(T'_{s2} G_{link2}^{-1})' - \Delta_{22} T_s = \Delta_{2p}, \quad 0 < x < L, \quad (24)$$

$$T'_{s2}(0) = 0, \quad T'_{s2}(L) = 0.$$

ЖБЭ, усиливаемый внешней арматурой, присоединяемой в отдельных, нескольких точках по длине (см. рис. 1, з).

Рассматривается усиливаемый ЖБЭ. Предварительно жесткость сцепления существующей арматуры (A_{s2}) с бетоном $G_{link,2} \rightarrow \infty$. Присоединяемая снаружи арматура $A_{s2,ad}$ имеет жесткость контакта в дискретных точках $G_{a,i}(x_{d,i}) = G_{a,i}$, $i = 1, 2 \dots n_d$. Значения сдвигающих усилий $\{T_{ad2,i}\}$ определяются из решения системы уравнений. Число уравнений равно $n_d - 1$. В частности, если $n_d = 4$, требуется решить систему трех уравнений, которая получается при рассмотрении сдвигов

$$g_{ad2}(x_i) = g_{ad2,i} = (T_{ad2,i+1} - T_{ad2,i}) G_{dad2,i}^{-1}, \quad i = 1, 2 \dots n_d - 2$$

и интегрировании уравнения (13) для каждого участка между смежными точками закрепления:

$$\begin{cases} T_{ad2,1} (G_{dad2,0}^{-1} - G_{dad2,1}^{-1} - a_1) + T_{ad2,2} G_{dad2,1}^{-1} = b_1, \\ T_{ad2,1} G_{dad2,1}^{-1} - T_{ad2,2} (G_{dad2,1}^{-1} + G_{dad2,2}^{-1} + a_2) + T_{ad2,3} G_{dad2,2}^{-1} = b_2, \\ T_{ad2,2} G_{dad2,2}^{-1} + T_{ad2,3} (G_{dad2,2}^{-1} - G_{dad2,2}^{-1} - a_3) = b_3; \end{cases}$$

$$a_i = \int_{x_{d,i-1}}^{x_{d,i}} \Delta_{22}(x) dx; b_i = \int_{x_{d,i-1}}^{x_{d,i}} \Delta_{2p}(x) dx, \quad (25)$$

$$i = 1, 2 \dots n_d - 2$$

Такой подход можно реализовать, если техническое состояние ЖБЭ нормативное. Усиление ЖБК имеет место, как правило, для эксплуатируемых конструкций, находящихся в ограниченно работоспособном состоянии, в таком случае жесткость сцепления арматуры A_{s2} существенно снижена, а на некоторых участках из-за значительных повреждений защитного слоя бетона $G_{link,2} \rightarrow 0$. Поэтому при определении усилий $N_{s2} = T_{s2}$ в A_{s2} и T_{ad2} в A_{ad2} требуется учитывать податливость контакта обеих арматурных ветвей, расположенных в нижней зоне элемента. Определить $T_{s2}(x)$ и $\{T_{ad2,i}\}$ можно, решив систему дифференциальных уравнений методом векторной прогонки [11].

Арматурный элемент A_{ad2} имеет закрепление к основному ЖБЭ в дискретных точках. Жесткость закреплений против сдвига $\{G_{dad2,i}, i = 1, 2 \dots n_d\}$. В реальных условиях закрепление внешнего элемента усиления A_{ad2} всегда будет реализовано не дискретно, а на участке конечной длины. В таком случае закрепление в дискретных точках можно заменить на фиксацию арматуры на участках конечной длины $\{l_{ad2,i}, i = 1, 2 \dots n_d\}$. Тогда жесткость связей сдвига определится как

$$G_{ad2,i} = \frac{G_{dad2,i}}{l_{ad2,i}}, \quad i = 1, 2 \dots n_d \quad (26)$$

Железобетонный элемент с двойным армированием состоит из трех элементов и имеет два шва. Номера швов составного стержня сверху вниз ($i = 2, 2ad$)



соответствуют арматурам A_{s2}, A_{ad2} . Система уравнений и граничные условия выглядят следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} (T'_{s2}(x)G_{link,2}^{-1}(x))' &= \Delta_{22}(x)T_{s2}(x) + \\ &+ \Delta_{2,ad}(x)T_{ad,2}(x) + \Delta_{20}(x) \\ (T'_{ad2}(x)G_{ad2}^{-1}(x))' &= \Delta_{ad2,2}(x)T_{s2}(x) + \\ &+ \Delta_{ad2,2}(x)T_{ad,2}(x) + \Delta_{ad20}(x) \\ &0 < x < L; \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$$\left\{ \begin{aligned} T_{s2,0} &= 0, \\ T_{s2,N} &= 0, \\ T_{ad2,0} - \kappa_{ad2,0}T_{ad2,1} &= \mu_{ad2,0}, \\ T_{ad2,N} - \kappa_{ad2,L}T_{ad2,N-1} &= \mu_{ad2,L}. \end{aligned} \right.$$

Граничные условия для арматуры A_{s2} принимаются первого типа, а для A_{ad2} - третьего типа.

Постнапряженный элемент, армированный прямолинейным монострендом и имеющий анкеры только на концах (см. рис. 1, д).

Задача по определению усилия моно- или мультистренде решается в два этапа. Задается начальный уровень предварительного натяжения арматуры $\sigma_{sp,0}$, определяются первые потери σ_{loss1} , оценивается усилие предварительного натяжения P_{01} . Далее оценивается сдвигающее усилие на этапе создания предварительного обжатия в бетонном элементе. Уравнение получается с учетом соотношения

$$\Delta \varepsilon_{sp}(x) - \Delta \varepsilon_{b,sp}(x) = \Delta g'_{sp,2}(x), \quad (28)$$

которое интегрируется по длине стержня по участкам между смежными анкерами:

$$\int_0^L \Delta g'_{sp,2}(x) dx = g_{sp,2}(L) - g_{sp,2}(0) = \quad (29)$$

$$= T_{sp,2}G_{d,L}^{-1} + T_{sp,2}G_{d,0}^{-1} = T_{sp,2}a_1 + b_1,$$

$$T_{sp,0} = \frac{b_1}{G_{d,L}^{-1} + G_{d,0}^{-1} - a_1}, \quad (30)$$

$$a_1 = \int_0^L \Delta_{22}(x) dx; \quad b_1 = \int_0^L \Delta_{2p}(x) dx, \quad (31)$$

Усилие в ПН арматурном элементе $N_{sp,0} = P_{01} + T_{sp,0}$.

Определяются вторые потери предварительного натяжения от усадки и ползучести бетона σ_{loss2} , рассчитывается P_{02} , $N_{sp,0} = P_{02} + T_{sp,0}$. Затем рассматривается стадия эксплуатации. Коэффициент b_1 зависит от интенсивности изгибающего момента создаваемого внешней нагрузкой на конструкцию. Снова оценивается сдвигающее усилие T_{sp} уже для стадии эксплуатации и окончательно усилие в арматуре $A_{sp,2} - N_{sp,2} = P_{02} + T_{sp}$.

Постнапряженный элемент с инъекцированным каналом для создания контакта ПН элемента с бетоном по всей длине. Также это может быть элемент с предварительно напряженной арматурой с натяжением на упоры, имеющий на концах дополнительные анкеры (см. рис. 1, е).

Усилие в напрягаемой арматуре определяется в два этапа. Первоначально для стадии создания обжатия и затем для стадии эксплуатации.

Для определения сдвигающего усилия требуется решить краевую задачу 3-го типа. Граничные условия определяются из условия, что взаимный сдвиг в дискретном анкере и на конце зоны с распределенным контактом равны, тогда

$$\begin{aligned} T_{s2}(0)G_{d,0}^{-1} &= T'_{s2}(0)G_{link}^{-1}(0), \\ T'_{s2}(0) - \frac{G_{d,0}^{-1}}{G_{link}^{-1}(0)}T_{s2}(0) &= 0, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} T_{s2}(L)G_{d,L}^{-1} &= T'_{s2}(L)G_{link}^{-1}(L), \\ T'_{s2}(L) - \frac{G_{d,L}^{-1}}{G_{link}^{-1}(L)}T_{s2}(L) &= 0; \end{aligned} \quad (33)$$

$$(T'_{s2}G_{link}^{-1})' = \Delta_{22}T_{s2} + \Delta_{2p}, \quad 0 < x < L; \quad (34)$$

$$T'_{s2}(0) - \frac{G_{d,0}^{-1}}{G_{link}^{-1}(0)}T_{s2}(0) = 0; \quad (35)$$

$$T'_{s2}(L) - \frac{G_{d,L}^{-1}}{G_{link}^{-1}(L)}T_{s2}(L) = 0. \quad (36)$$

Записывая значения производных для $i = 0$ в передних, а для узла с номером $i = N$ в задних разностях, получаем два дополнительных уравнения для системы уравнений, решая которую методом потоковой прогонки, определяем $\{T_{s2,i}\}$ и $\{g_{s2,i}\}$.

$$\begin{aligned} N_{sp,0}(x) &= P_{01} + T_{s2}(x), N_{sp,2}(x) = \\ &= N_{sp,0}(x) + T_{s2}(x) \end{aligned} \quad (37)$$

Выполнив численное дифференцирование, получаем $\{g'_{s2,i}\}$, что дает возможность на основании информации о $\varepsilon_{s,2}(x)$ определить относительные деформации бетонного элемента на уровне центра тяжести ПН арматурного элемента и далее осуществить расчет кривизны $\rho^{-1}(x)$ и других необходимых параметров НДС.

Постнапряженный элемент, имеющий в пролете дополнительный пассивный анкер (см. рис. 1, ж).

Рассматривается постнапряженный элемент с каналом заполненным смазкой, в пролетной зоне расположен пассивный анкер.

Сдвигающее усилие $\{T_{s2,i}\}$ для стадии создания обжатия и в стадии эксплуатации определяется при решении системы двух уравнений:

$$\begin{cases} T_{s2,1}(G_{d,0}^{-1} - G_{d,1}^{-1} - a_1) + T_{s2,2}G_{d,1}^{-1} = b_1, \\ T_{s2,1}G_{d,1}^{-1} + T_{s2,2}(G_{d,L}^{-1} - G_{d,1}^{-1} - a_2) = b_2; \end{cases} \quad (38)$$

$$T_{s2,1} = \frac{b_1(G_{d,L}^{-1} - G_{d,1}^{-1} - a_2) - b_2G_{d,1}^{-1}}{(G_{d,L}^{-1} - G_{d,1}^{-1} - a_2) \cdot (G_{d,0}^{-1} - G_{d,1}^{-1} - a_1) - (G_{d,1}^{-1})^2}; \quad (39)$$

$$T_{s2,2} = \frac{b_2(G_{d,0}^{-1} - G_{d,1}^{-1} - a_1) - b_1G_{d,1}^{-1}}{(G_{d,L}^{-1} - G_{d,1}^{-1} - a_2) \cdot (G_{d,0}^{-1} - G_{d,1}^{-1} - a_1) - (G_{d,1}^{-1})^2}. \quad (40)$$

$$a_i = \int_{x_{d,i-1}}^{x_{d,i}} \Delta_{22}(x) dx; b_i = \int_{x_{d,i-1}}^{x_{d,i}} \Delta_{2p}(x) dx, \quad i = 1, 2.. \quad (41)$$

Постнапряженный элемент с монострендом криволинейного очертания (см. рис. 1, з).

Рассматривается постнапряженный элемент с криволинейной трассой ПН моностренда. Канал заполнен смазкой. Активный и пассивные анкеры расположены по концам конструкции. Данное конструктивное



решение используется для армирования как балок в составе перекрытия, так и плит плоских безригельных перекрытий (рис. 3).

Последовательность расчета постнапряженного ЖБЭ с нелинейной трассой моностренда выполняется в два этапа: 1-й – в стадии создания предварительного обжатия, 2-й – в стадии эксплуатации. Подробно этот процесс описан в [3, 4, 7, 8, 15,16].

Предварительно назначается геометрия трассы канала моностренда. Уравнение траектории оси канала для размещения моностренда принимается наиболее простого вида в форме уравнения квадратной параболы. Затем назначается начальный уровень предварительного напряжения $\sigma_{sp,0}$, рассчитываются первые потери σ_{loss1} и определяется усилие предварительного обжатия $P = P_{01} = (\sigma_{sp0} - \sigma_{loss1}) A_{sp} \cos\varphi$. Далее определяется вертикальная составляющая реактивной постоянной нагрузки $g_{pz}(x)$, возникающей из-за криволинейной трассы ПН элемента, и оценивается общая площадь сечения моностренда A_{sp} в первом приближении. Уточняется фактическая длина моностренда L_{sp} . Напряжения σ_{con} , контролируемые в момент возведения перекрытия при осуществлении натяжения арматуры A_{sp} на бетон, определяются с учетом упругого обжатия бетона в соответствии с [4, 15]. Элемент реальной железобетонной конструкции имеет обычное армирование $A_{s1}; A_{s2}$, а также постнапряженное армирование в виде системы монострендов A_{sp} . Для вновь возводимых конструкций жесткость сцепления для обычной арматуры: $A_{s1}; A_{s2} - G_{link,1(2)} \rightarrow \infty$. Дискретные связи сдвига для постнапряженной арматуры A_{sp} имеют конечное значение жесткости при сдвиге G_d .

Приращения относительных деформаций моностренда $\Delta\varepsilon_{sp}(x)$ и волокон бетона, расположенных на уровне центра тяжести сечения моностренда $\Delta\varepsilon_{b,sp}(x)$, определяются с учетом положений теории составных стержней А.Р. Ржаницына на основании данных о значении сдвигающей силы в шве $T_{sp}(x)$ в зоне контакта ПН элемента и бетона. Для расчета моностренда на этапе создания предварительного натяжения в моностренде учитывается упругая работа бетонной части конструкции и предварительно напрягаемого элемента:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{sp}(x) - \Delta\varepsilon_{b,sp}(x) &= g'_{sp}(x), & (42) \\ \Delta\varepsilon_{sp} &= \frac{T_{sp}}{E_{sp}A_{sp}}, \\ \Delta\varepsilon_{b,sp} &= e_{sp}(x)\rho^{-1}(x) = \left(e_{sp,0}(x) - \frac{P_{01} + T_{sp}}{A_e} \right) \rho^{-1}(x). \end{aligned}$$

Кривизна, вызываемая силовым деформированием $\rho^{-1}(x)$, определяется из уравнения

$$M(x) = B_e \rho^{-1}(x) + (P_{01} + T_{sp}(x)) e_{sp,0}(x), \quad (43)$$

где $M(x)$ – изгибающий момент в сечении элемента перекрытия от постоянной нагрузки $g(x) + g_{pz}(x)$. Постоянная нагрузка включает собственный вес всех составляющих перекрытия и реактивный отпор, возникающий

вследствие криволинейной трассы канала моностренда по высоте сечения. Для фазы создания натяжения в моностренде временная нагрузка на перекрытие не учитывается;

$e_{sp,0}(x)$ – расстояние от центра тяжести железобетонного сечения до оси канала моностренда,

$$e_{sp,0}(x) = (z_0 - a_{sp,1}(x)) + H(Z''_{cst}(x); 0) \left[m_0 - a_{sp,2}(x) - (z_0 - a_{sp,1}(x)) \right], \quad (44)$$

где $m_0; z_0$ – расстояния от центра тяжести железобетонного сечения до нижней и верхней грани сечения соответственно.

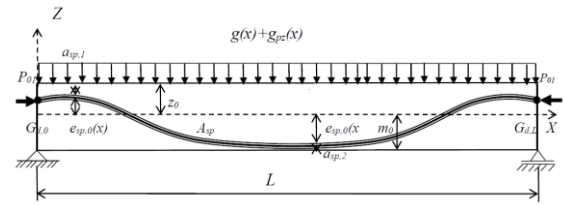


Рис. 3. Схема для расчета постнапряженного элемента перекрытия для стадии создания натяжения арматуры
Fig. 3. Scheme for calculating the posttensioned floor element for the stage of reinforcement tensioning

Поскольку моностренд имеет дискретное закрепление в точках: $x(0) = x_0$ и $x(L) = x_L$, интегрируя соотношение (42), получаем

$$\begin{aligned} g_{sp}(L) - g_{sp}(0) &= T_{sp} G_{d,0}^{-1} + T_{sp} G_{d,L}^{-1} = \\ &= \int_0^L (\Delta\varepsilon_{sp} - \Delta\varepsilon_{b,sp}) dx = \\ &= \int_0^L (T_{sp} \Delta_{11} + \Delta_{10}) dx = \\ &= T_{sp} \int_0^L \Delta_{11} dx + \int_0^L \Delta_{10} dx = T_{sp} a_1 + b_1. \end{aligned} \quad (45)$$

Уравнение предназначено для определения одного неизвестного сдвигающего усилия T_{sp} , возникающего в дискретных связях сдвига – активном и пассивном анкерах – местах закрепления моностренда. Коэффициенты уравнения определяются в предположении упругой работы всех компонентов системы

$$\Delta_{11} = \frac{1}{E_{sp}A_{sp}} + \frac{1}{A_e} + \frac{e_{sp,0}(x)^2}{B_e}, \quad (46)$$

$$\Delta_{10} = - \frac{M(x) - P_{01}e_{sp,0}(x)}{B_e} e_{sp,0}(x) + \frac{P_{01}}{A_e}, \quad (47)$$

Сдвигающее усилие определяется из уравнения

$$T_{sp} (G_{d,0}^{-1} + G_{d,L}^{-1}) = T_{sp} a_1 + b_1, \quad (48)$$

$$T_{sp} = \frac{b_1}{G_{d,0}^{-1} + G_{d,L}^{-1} - a_1}. \quad (49)$$



Далее можно определить усилие в арматурной ветви $N_{sp} = P_{01} + T_{sp}$ и усилие в железобетонной части перекрытия $N_b = -P_{01} - T_{sp}$. Затем оценивается кривизна для разных участков по длине элемента как

$$\rho^{-1}(x) = \frac{M(x) - N_{sp}e_{sp,0}(x)}{B_e} \quad (50)$$

Поскольку характер эпюры изгибающего момента $M(x)$ по длине элемента знакопеременный, то кривизна $\rho^{-1}(x)$ также меняет значения. Принимаются положительные значения момента и кривизны если растянуты нижние волокна железобетонного элемента. Высота растянутой зоны, расположенная с нижней стороны (пролетные участки), составит

$$\frac{m}{h} = \frac{m_0}{h} - \frac{N_{sp}}{A_e h \rho^{-1}(x)}, \quad (51)$$

а высота растянутой зоны, расположенная с верхней стороны (участки, примыкающие к опорам):

$$\frac{m}{h} = \frac{z_0}{h} - \frac{N_{sp}}{A_e h |\rho^{-1}(x)|} \quad (52)$$

Относительные деформации крайних растянутых волокон $\varepsilon_{bt}(x)$ и крайних сжатых волокон $\varepsilon_{bc}(x)$ определяются для пролетных сечений с учетом гипотезы плоских сечений:

$$\varepsilon_{bt}(x) = m_0 \rho^{-1}(x) - \frac{N_{sp}}{A_e}, \quad (53)$$

$$\varepsilon_{bc}(x) = z_0 \rho^{-1}(x) + \frac{N_{sp}}{A_e}. \quad (54)$$

Контроль $\varepsilon_{bt}(x) >< \varepsilon_{btu}$ необходим для проверки наличия нормальных трещин.

Контроль $\varepsilon_{bc}(x) < R_b/E_b$ необходим для проверки упругой работы сжатого бетона, чтобы максимально эффективно реализовать режимный характер нагружения перекрытия.

Далее осуществляется расчет в стадии эксплуатации с учетом полученного значения усилия в моностренде в стадии создания обжатия N_{sp} . Значение изгибающего момента $M(x)$ рассчитывается с учетом полной полезной нагрузки на перекрытие.

ВЫВОДЫ

Рассмотрена процедура определения параметров напряженно-деформированного состояния для железобетонных изгибаемых элементов с восемью различными способами фиксации армирования с бетоном. Предлагаемый подход позволяет учитывать как «традиционный» – распределенный тип контакта арматуры и бетона, так и дискретный тип контакта арматурного элемента, который нашел применение в настоящее время в конструкциях с постнапряжением. Данный метод также позволяет определять усилие в арматуре для железобетонных элементов, имеющих разрушенный защитный слой бетона на участках конечной длины, а также для элементов

с гибридным контактом – это распределенный контакт по всей длине элемента, дополнительно усиленный в дискретных точках.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Байков В.Н.** Сцепление арматуры с бетоном в конструкциях. *Бетон и железобетон*. 1968. № 12. С. 14-16.
2. **Владимиров В.С.** Уравнения математической физики. 4-е изд. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1981. 512 с.
3. Еврокод 2. Проектирование железобетонных конструкций. Часть 1-1. Общие правила и правила для зданий. Минск: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь. 2010. 191 с.
4. **Зенин С.А., Шарипов Р.Ш., Кудинов О.В., Семенов В.А.** Статический расчет элементов конструктивных систем с постнапряженными перекрытиями без сцепления арматуры с бетоном. *Строительная механика и расчет сооружений*. 2017. № 4. С. 11-16.
5. **Карпенко Н.И.** Теория деформирования железобетона с трещинами. М.: Стройиздат. 1976. 208 с.
6. **Карпенко Н.И.** Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат. 1996. 416 с.
7. Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном. Правила проектирования: Методическое пособие. М.: Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации. 2017. 109 р.
8. **Портаев Д.В.** Расчёт и конструирование монолитных преднапряжённых конструкций гражданских зданий. М.: Издательство АВС. 2011. 248 с.
9. **Ржаницын А.Р.** Составные стержни и пластинки. М.: Стройиздат. 1986. 316 с.
10. **Самарский А.А., Андреев В.Б.** Разностные методы для эллиптических уравнений. М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука». 1976. 352 с.
11. **Самарский А.А., Николаев Е.С.** Методы решения сеточных уравнений. М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука». 1978. 592 с.
12. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Стандартинформ. 2018. 118 с.
13. **Тихий М., Ракосник Й.** Расчет железобетонных рамных конструкций в пластической стадии. Перераспределение усилий. Пер. с чешск. М.: Стройиздат. 1976. 198 с.
14. **Холмянский М.М.** Контакт арматуры с бетоном. М.: Стройиздат. 1981. 184 с.
15. **Шарипов Р.Ш., Зенин С.А., Кудинов О.В.** Проблемы расчета предварительно напряженных железобетонных конструкций без сцепления арматуры с бетоном по первой и второй группам предельных состояний и



способы их решения. *Архитектура и строительство*. 2017. № 1. С. 129-132.

16. TR 43. Post-tensioned Concrete Floors. Design Handbook. The Concrete Society, 1994. 151 с.

Поступила в редакцию 06.09.2021

Принята к опубликованию 20.09.2021

REFERENCES

1. **Baikov V.N.** Bond of reinforcement with concrete in structures. *Beton i zhelezobeton*. 1968. N 12. P. 14-16 (in Russian).
2. **Vladimirov V.S.** Equations of mathematical physics. M.: Nauka. Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoy literatury. 1981. 512 p. (in Russian).
3. Eurocode 2. Design of reinforced concrete structures. Part 1-1. General rules and regulations for buildings. Minsk: Ministerstvo stroitel'stva i zhilishchno-kommunal'nogo hozyajstva Rossijskoj Federacii. 2010. 191 p. (in Russian).
4. **Zenin S.A., Sharipov R.Sh., Kudinov O.V., Semenov V.A.** Static calculation of elements of structural systems with post-stressed floors without bond of reinforcement to concrete. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij*. 2017. N 4. P. 11 (in Russian).
5. **Karpenko N.I.** The theory of deformation of cracked reinforced concrete. M: Strojizdat. 1976. 208 p. (in Russian).
6. **Karpenko N.I.** General models of reinforced concrete mechanics. M.: Strojizdat. 1996. 416 p. (in Russian).
7. Monolithic reinforced concrete structures with prestressing reinforcement without bond to concrete. Design rules: Methodological guide. M.: Ministerstvo stroitel'stva i zhilishchno-kommunal'nogo hozyajstva Rossijskoj Federacii. 2017. 109 p. (in Russian).
8. **Portaev D.V.** Calculation and design of monolithic prestressed structures of civil buildings. M.: Izdatel'stvo AVS. 2011. 248 p. (in Russian).
9. **Rzhanitsyn A.R.** Built-up bars and plates. M.: Strojizdat. 1986. 316 p. (in Russian).
10. **Samarskiy A.A., Andreev V.B.** Difference methods for elliptic equations. M.: Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoy literatury izd-va «Nauka». 1976. 352 p. (in Russian).
11. **Samarskiy A.A., Nikolaev E.S.** Methods for solving grid equations. M.: Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoy literatury izd-va «Nauka». 1978. 592 p. (in Russian).
12. SP 63.13330.2018. Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions. M.: Standartinform. 2012. 118 p. (in Russian).
13. **Tikhy M., Rakosnik J.** Calculation of reinforced concrete frame structures in the plastic stage. Redistribution of efforts. Per. from Czech. M.: Strojizdat. 1976. 198 p. (in Russian).

14. **Kholmyanskiy M.M.** Reinforcement contact with concrete. M.: Strojizdat, 1981. 184 p. (in Russian).

15. **Sharipov R.Sh., Zenin S.A., Kudinov O.V.** Problems of calculating prestressed reinforced concrete structures without bond of reinforcement to concrete according to the first and second groups of limiting states and methods for their solution. *Arhitektura i stroitel'stvo*. 2017. N 1. P. 129 (in Russian).

16. TR 43. Post-tensioned Concrete Floors. Design Handbook. The Concrete Society. 1994. 151 с.

Received 06.09.2021

Accepted 20.09.2021