



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

УДК 614.841.411

DOI: 10.52957/2782-1919-2025-6-4-23-42

Комплексное математическое моделирование в управлении физико-химическими процессами при транспортировке бетонной смеси

**С.В. Федосов, М.О. Баканов, О.В. Александрова,
П.Б. Разговоров, И.А. Кузнецов**

Сергей Викторович Федосов¹, Максим Олегович Баканов^{1,*}, Ольга Владимировна Александрова¹

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

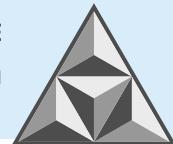
fedorov-academic53@mail.ru, mask-13@mail.ru, aleks_olvl@mail.ru*

Павел Борисович Разговоров²

²Ярославский государственный технический университет, Ярославль, Российская Федерация
razgoverovpb@ystu.ru

Илья Александрович Кузнецов³

³Ивановская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, Иваново, Российская Федерация
ikuz1999@list.ru



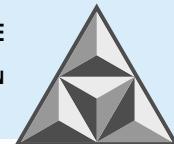
Представлена комплексная математическая модель и система адаптивного управления для прогнозирования и поддержания качества бетонной смеси в процессе ее транспортировки в барабанах автобетоносмесителей. Целью исследования является преодоление разрыва между детализированными физико-математическими моделями и задачами оперативного управления в динамических условиях. Разработанный программный комплекс продемонстрировал высокую точность в прогнозировании кинетики гидратации ($RMSD = 1.0\%$) и влажностного режима ($RMSD = 2.0\%$). Показано, что оптимизация управляющего воздействия позволяет снизить скорость вращения барабана на 86.7% (до 2 мин^{-1}), что приводит к снижению функционала стоимости на 85% и расчетному сокращению энергозатрат на 42% без ущерба для качества смеси. Комплексный подход дает возможность перейти от пассивного моделирования к активному управлению качеством бетонной смеси в процессе транспортировки, что подтверждается выявленными аналитическими зависимостями и результатами вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: качество бетона, тепломассоперенос, модель предсказывающего управления, метод конечных объемов, ансамблевый фильтр Калмана, последовательное квадратичное программирование, оптимизация скорости вращения

Для цитирования:

Федосов С.В., Баканов М.О., Александрова О.В., Разговоров П.Б., Кузнецов И.А. Комплексное математическое моделирование в управлении физико-химическими процессами при транспортировке бетонной смеси // Умные композиты в строительстве. 2025. Т. 6, вып. 4. С. 23-42. URL: <https://comincon.ru/ru/nauka/issue/6779/view>

DOI: 10.52957/2782-1919-2025-6-4-23-42



SCIENTIFIC ARTICLE

DOI: 10.52957/2782-1919-2025-6-4-23-42

Comprehensive mathematical modelling in the management of physical and chemical processes during the transportation of concrete mixtures

**S.V. Fedosov, M.O. Bakanov, O.V. Aleksandrova,
P.B. Razgoverov, I.A. Kuznetsov**

Sergey Viktorovich Fedosov¹, Maksim Olegovich Bakanov^{1,*}, Ol`ga Vladimirovna Aleksandrova¹

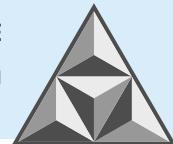
¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation
fedorov-academic53@mail.ru, mask-13@mail.ru, aleks_olvl@mail.ru*

Pavel Borisovich Razgoverov²

²Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russian Federation
razgoverovpb@ystu.ru

Ilya Aleksandrovich Kuznetsov³

³Ivanovo Fire and Rescue Academy of the State Fire Service of the Ministry of Emergency Situations of Russia,
Ivanovo, Russian Federation
ikuz1999@list.ru



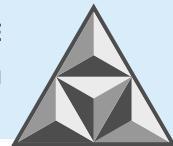
The paper presents a comprehensive mathematical model and adaptive control system for predicting and maintaining the quality of concrete mix during its transportation in the drums of truck mixers. The purpose of the study is to bridge the gap between detailed physical and mathematical models and operational control tasks in dynamic conditions. The developed software package demonstrated high accuracy in predicting hydration kinetics ($RMSD = 1.0\%$) and moisture content ($RMSD = 2.0\%$). It has been shown that optimising the control action allows the drum rotation speed to be reduced by 86.7% (to 2 min⁻¹). This results in an 85% reduction in the cost function and an estimated 42% reduction in energy consumption without compromising the quality of the mixture. A comprehensive approach makes it possible to move from passive modelling to active control of concrete mix quality during transportation. This is confirmed by the analytical dependencies identified and the results of computational experiments.

Keywords: concrete quality, heat and mass transfer, predictive control model, finite volume method, ensemble Kalman filter, sequential quadratic programming, rotation speed optimisation

For citation:

Fedosov S.V., Bakanov M.O., Aleksandrova O.V., Razgovorov P.B., Kuznetsov I.A. Comprehensive mathematical modelling in the management of physical and chemical processes during the transportation of concrete mixtures // *Smart Composite in Construction*. 2025. Vol. 6, Iss. 4. P. 23-42.
URL: <https://comincon.ru/ru/nauka/issue/6779/view>

DOI: 10.52957/2782-1919-2025-6-4-23-42



ВВЕДЕНИЕ

Управление качеством бетонных смесей в процессе их транспортировки в барабанах автобетоносмесителей представляет собой сложную научно-техническую задачу, что связано с интенсивным взаимодействием частиц при тепломассопереносе, обусловлено кинетикой гидратации цемента и специфичностью реологических характеристик материала. Актуальность разработки комплексных математических моделей, адекватно описывающих явления различного рода, определяется требованиями к гомогенности и проектным характеристикам бетона, которые могут существенно изменяться под влиянием технологических и климатических факторов.

Анализ литературных источников [1-4] показывает, что фундаментальной основой для моделирования подобных процессов служат системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающие нестационарный тепломассоперенос. Классические работы [5, 6] в рассматриваемой области детализируют форму уравнений энергии, учитывающих эффективную теплопроводность, которая является функцией влажности и пористой структуры бетона. Однако в большинстве существующих моделей фокус смещен на стационарные условия твердения строительного материала, в то время как динамический процесс транспортировки компонентов бетонной смеси, сопровождаемый механическим перемешиванием, изучен в меньшей степени.

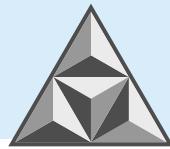
Ключевым аспектом, получившим развитие в исследованиях [7, 8], является интеграция кинетики гидратации цемента в общую модель теплопереноса. Использование адаптированной модели Кнудсена [9, 10] позволяет учесть нелинейную зависимость скорости реакции от температуры через переменную энергию активации $E_a(T)$, что является значительным шагом по сравнению с моделями, где предполагается, что энергия активации постоянна. При этом обеспечивается более точное прогнозирование экзотермического тепловыделения (q_{endp}) – основного источника тепла в системе.

Изучение реологических свойств бетонных смесей является одним из приоритетных направлений отечественных научных исследований в области строительного материаловедения. Отмечается [11], что обобщенная модель Бингама является эффективным инструментом для описания перехода от вязкоупругого к пластическому поведению таких строительных материалов. Включение в реологическую модель зависимости от степени гидратации (α) и температуры (T), позволяет отразить эволюцию структурно-механических свойств смеси во времени, что оказывает принципиальное влияние на прогнозирование ее удобоукладываемости и предотвращение расслоения.

Существенным пробелом во многих публикациях является недостаточное внимание к диссипативным процессам и внешнему теплообмену в условиях непрерывного перемешивания. Предлагаемый в данной работе подход к учету диссипативного тепла (q_{mp}) через эмпирическую функцию от скорости вращения и моделирование внешнего теплообмена с разделением на конвективную и радиационную составляющую, включая поглощение солнечной радиации, представляет собой комплексное решение, редко встречающееся в аналогичных исследованиях.

В области численных методов анализа подобных систем доминирует применение метода конечных объемов. Однако его использование является оправданным для задач с ярко выраженным законами сохранения, а применение неявной схемы Гира второго порядка и методов Ньютона-Крылова [12] соответствует современным стандартам вычислительной гидродинамики, обеспечивая устойчивость и точность решения нелинейных связанных задач.

Наиболее перспективным и инновационным аспектом, выделяющим данное исследование на фоне традиционных подходов, является интеграция физико-химической



модели с системами адаптивного управления. Применение ансамблевого фильтра Калмана (*EnKF*) [13] для оценки состояния в реальном времени и синтез модели предсказывающего управления (*MPC*) с оптимизацией методом *SQP* позволяет перейти от пассивного моделирования к активному управлению технологическим параметром – скоростью вращения барабана (ω).

Настоящее исследование направлено на преодоление выявленного в литературе разрыва между детализированными физико-математическими моделями поведения бетона и практическими задачами оперативного управления его качеством в динамических условиях транспортировки. Предлагаемый комплексный подход, объединяющий актуальные наработки в области тепломассопереноса, химической кинетики, реологии и современной теории управления, обладает значительным потенциалом повышения эффективности и предсказуемости результатов процессов, характерных для технологии бетона и бетонных работ.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Описание сложной динамики гетерогенной бетонной системы при транспортировке реализуется через математическую модель, учитывающую ряд сложных физико-химических процессов (теплоперенос и массоперенос влаги, химическая кинетика гидратации, изменение реологических свойств материала). Разрабатываемый комплексный подход необходим, поскольку тепломассоперенос в бетонных смесях сопровождается интенсивным экзотермическим процессом гидратации цемента, который существенно влияет на распределение температуры и влажности и, соответственно, качественные характеристики материала.

Основой модели служит система дифференциальных уравнений в частных производных тепломассопереноса и кинетики гидратации:

$$\begin{cases} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_{\text{эфф}} \nabla T) + (1 - \alpha) \Delta h \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \alpha \omega^b, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \nabla (D_{\text{эфф}} \nabla \varphi) - \beta (\varphi - \varphi_{\text{экв}}) \sqrt{T} - \rho_c \frac{d\alpha}{dt}, \\ \frac{d\alpha}{dt} = A \exp \left(-\frac{E_\alpha(T)}{RT} \right) (1 - \alpha)^{2/3}. \end{cases} \quad (1)$$

Границные условия:

для теплопереноса (условие III рода)

$$-\lambda_{\text{эфф}} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = h(T_{\text{возд}} - T_s) + \sigma \varepsilon (T_{\text{окр}}^4 - T_s^4) + \alpha_{\text{кол}} G_{\text{кол}}; \quad (2)$$

для массопереноса (условие Неймана)

$$-D_{\text{эфф}} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = \gamma (1 - RH) T_s^m. \quad (3)$$

Уравнение нестационарного теплопереноса представлено в форме уравнения энергии [14, 15]:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_{\text{эфф}} \nabla T) + q_{\text{гидр}} + q_{\text{тр}} + q_{\text{окр}} \quad (4)$$

где ρ – плотность бетонной смеси ($\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$),

c_p – удельная теплоемкость ($\text{Дж}\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$);

T – температура (К);

$\lambda_{\text{эфф}}$ – эффективный коэффициент теплопроводности ($\text{Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$), который зависит от текущей влажности и пористой структуры бетонной матрицы.



Диффузионный оператор отражает распространение тепла за счет теплопроводности. В источниках тепла учтены следующие параметры: $q_{\text{гидр}}$ – тепловыделение от гидратационной реакции цемента ($\text{Вт}\cdot\text{м}^{-3}$); $q_{\text{тр}}$ – диссипативные потери, связанные с механическим трением в смеси ($\text{Вт}\cdot\text{м}^{-3}$); $q_{\text{окр}}$ – теплообмен с окружающей средой ($\text{Вт}\cdot\text{м}^{-3}$).

Тепловыделение гидратации рассматривается как функция степени гидратации α и скорости реакции и описывается выражением [15]:

$$q_{\text{гидр}} = (1 - \alpha)\Delta h \frac{\partial \alpha}{\partial t}, \Delta h = 480 \text{Дж/г}, \quad (5)$$

где Δh – удельная теплота гидратации цемента, характеризующая выделяемое количество тепла при полной химической реакции взаимодействия цемента с водой ($\text{Дж}\cdot\text{кг}^{-1}$);

α – степень гидратации.

Представленная форма устанавливает прямую связь между тепловой генерацией и кинетикой изменения структуры материала.

Механическое диссипативное тепло учитывается:

$$q_{\text{тр}} = \alpha \omega^b, \quad (6)$$

где ω – угловая скорость перемешивания ($\text{рад}\cdot\text{с}^{-1}$), характеризующая интенсивность внутреннего трения и процесс энерговыделения в вязкопластической среде;

α, b – коэффициенты, определяемые экспериментально и вводимые на основе калибровки и результатов испытаний.

Математическая модель внешнего теплообмена учитывает вклад как конвективной, так и радиационной составляющей:

$$q_{\text{окр}} = \underbrace{h(T_{\text{возд}} - T_s)}_{q_{\text{конв}}} + \underbrace{\sigma \varepsilon (T_{\text{окр}}^4 - T_s^4)}_{q_{\text{рад}}} + \underbrace{\alpha_{\text{сол}} G_{\text{сол}}}_{q_{\text{сол}}} \quad (7)$$

где h – коэффициент теплоотдачи конвекцией ($\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$);

$T_{\text{возд}}$ – температура воздуха (К);

T_s – температура поверхности бетонного тела (К);

σ – постоянная Стефана-Больцмана ($\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{К}^{-4}$);

ε – коэффициент излучательной способности поверхности;

$\alpha_{\text{сол}}$ – приведенная доля поглощения солнечного потока поверхностью;

$G_{\text{сол}}$ – плотность солнечного излучения ($\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}$).

Разделение обусловлено непрерывным воздействием окружающей среды на температурное поле, особенно под постоянным влиянием внешних климатических факторов.

Параллельно с теплопереносом вводится уравнение массопереноса влаги:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \nabla(D_{\text{эфф}} \nabla \varphi) - \beta(\varphi - \varphi_{\text{экв}}) \sqrt{T} - \rho_c \frac{d\alpha}{dt}, \quad (8)$$

где φ – объемная концентрация влаги ($\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$);

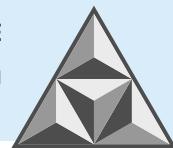
$D_{\text{эфф}}$ – эффективный коэффициент диффузии влаги ($\text{м}^2\cdot\text{с}^{-1}$), характеризующий совокупное влияние капиллярной и поровой структуры цементного камня на процесс переноса влаги;

β – параметр десорбции;

$\varphi_{\text{экв}}$ – равновесная концентрация (доля) влаги ($\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$);

ρ_c – плотность цемента ($\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$).

Включение температурной зависимости под корнем оправдано физической зависимостью скорости испарения и реакции диффузионных процессов от температуры.



На поверхности бетонной смеси задается граничное условие второго рода (Неймана), характеризующее испарение влаги и обмен с внешней средой [16, 17]:

$$-D_{\text{эфф}} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\text{пов}} = \gamma(1 - RH)T_s^m, \quad (9)$$

где RH – относительная влажность воздуха;

T_s – температура поверхности (К);

$m = 0.6$ – эмпирический показатель;

$\gamma = 0.022$ – эмпирический коэффициент массоотдачи ($\text{кг}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{К}^{0.6}$).

Условная постановка учитывает зависимость потока влаги от гигрометрических условий и играет ключевую роль при обеспечении точности моделирования.

Для описания кинетики гидратации цемента использована адаптированная модель Кнудсена, учитывающая температурную зависимость скорости реакции и влияние степени гидратации [18, 19]:

$$\frac{d\alpha}{dt} = A \exp\left(-\frac{E_a(T)}{RT}\right)(1 - \alpha)^{2/3}, \quad (10)$$

где A – эмпирический коэффициент (с^{-1});

$E_a(T) = 33.5 + 1.47 T$ – энергия активации, зависящая от температуры ($\text{Дж}\cdot\text{моль}^{-1}$);

$R = 8.314$ – универсальная газовая постоянная $\text{Дж}\cdot\text{моль}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$;

T – температура (К);

α – степень гидратации.

Экспоненциальная зависимость является классической в химической кинетике и позволяет адекватно учитывать влияние температуры на скорость гидратации.

Реологические свойства бетонной смеси формализуются с использованием обобщенной модели Бингама [15, 20, 21]:

$$\tau = [\tau_0 e^{-0.021(T-293)} + 0.15\alpha] + K\dot{\gamma}^{0.78}, \quad (11)$$

где τ – касательное напряжение (Па);

τ_0 – начальное напряжение сдвига (Па);

T – температура (К);

K – реологический коэффициент (структурная вязкость) ($\text{Па}\cdot\text{с}^{0.78}$);

$\dot{\gamma}$ – скорость сдвига (с^{-1});

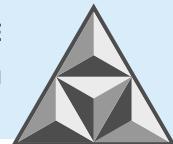
α – степень гидратации (безразмерная величина, $0 \leq \alpha \leq 1$);

τ_0, K – подбираются экспериментально для конкретной смеси или серии смесей.

Численное решение системы уравнений тепломассопереноса в исследуемой задаче реализуется с использованием метода конечных объемов, опирающегося на локальные законы сохранения и применимого к различным областям сложной геометрии. Так, геометрия барабана автобетоносмесителя (АБС) представлена в виде двумерной регулярной сетки, содержащей 50×30 контрольных объемов (ячеек), гарантирующей необходимую детализированную пространственную дискретизацию и позволяющей корректно учитывать градиенты температуры и влажности материала при транспортировке.

В каждом контрольном объеме определяются основные физико-химические переменные: температура (T), степень гидратации (α) и локальная влажность (φ). Начальные условия всех переменных выбраны в соответствии с лабораторными анализами бетонной смеси.

Аппроксимация производных по времени реализована по схеме Гира второго порядка точности [10]:



$$\frac{\partial \psi}{\partial t} \Big|_{t^{n+1}} \approx \frac{3\psi^{n+1} - 4\psi^n + \psi^{n-1}}{2\Delta t}, \quad (12)$$

где ψ – вычисляемая переменная;

ψ^{n+1} – значение функции ψ в будущий момент времени t^{n+1} ;

ψ^n – значение функции в текущий момент t^n ;

ψ^{n-1} – значение функции в предыдущий момент t^{n-1} ;

Δt – шаг интегрирования по времени (с), гарантирующий высокую точность и стабильность интегрирования во временной области.

Связанные уравнения тепломассопереноса, массопереноса и влагосодержания решались совместно. Все нелинейные члены (кинетика гидратации и температурно-зависимые свойства) линеаризуются с использованием итерационного метода Ньютона-Крылова с предобуславливанием неполной LU-факторизацией [22], что значительно увеличивает скорость сходимости при сохранении вычислительной эффективности даже для сильно разреженных матриц. Критерием сходимости является выполнение неравенства $\|R\|_2 < 10^{-5}$ по евклидовой (второй) норме вектора невязки, гарантирующего достижение требуемой точности при каждом временном слое.

Границные и начальные условия формируются следующим образом. Тепловой обмен на внешней поверхности модели учитывается с помощью комбинированного граничного условия III рода [23], в котором одновременно принимаются во внимание конвективная составляющая теплообмена между поверхностью и окружающей средой, а также тепловое излучение. Для описания массопереноса влаги на границе реализовано граничное условие Неймана, связывающее массовый поток влаги с локальным градиентом концентрации и микроклиматическими характеристиками, в частности, относительной влажностью окружающего воздуха.

Внутренние источники тепла в системе обусловлены, с одной стороны, экзотермическим тепловыделением в ходе гидратации цемента (с учетом текущей степени гидратации α), а с другой стороны – диссипативным нагревом, возникающим вследствие механических воздействий и внутреннего трения при перемешивании компонентов бетонной смеси.

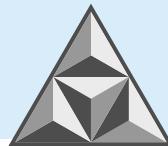
Управление процессом тепломассопереноса и оптимизация управляющего сигнала осуществляются с помощью ансамблевого фильтра Калмана (*EnKF*) [24], что позволяет учитывать как модельную, так и измерительную неопределенность. Обновление оценки состояния системы происходит посредством влияния ансамбля моделей, корректирующего прогноз на основе данных с датчиков.

Оптимизация управляющего воздействия осуществляется в рамках модели предиктивного управления (MPC – Model Predictive Control) с функционалом [25]:

$$J[\omega(t)] = \int_{t_0}^{t_h} \left[[OK(\tau) - T_{\text{цел}}]^2 + \lambda_{\max} |\nabla T(\tau)| \right] dt, \quad (13)$$

где OK – отклонение температурного поля в критической зоне, а регуляризатор λ позволяет балансировать между желаемой температурой и минимизацией термических градиентов. Ограничения на $\omega(t)$ и скорость ее изменения введены из соображений безопасности и эксплуатационной надежности.

Решение поставленной задачи оптимизации осуществляется методом последовательного квадратичного программирования (*SQP – Sequential Quadratic Programming*) с аналитическими градиентами; при этом повышается эффективность вычислений и допускается работа с нелинейными ограничениями.



Ограничения:

$$2 \leq \omega(t) \leq 15, \left| \frac{d\omega}{dt} \right| \leq 3, \alpha(t_h) < 0,12. \quad (14)$$

Градиент целевой функции для *SQP*-оптимизации [26]:

$$\frac{\partial J}{\partial \omega_i} = \sum_{i=1}^N \omega_i \left[\frac{\partial OK}{\partial \omega} \delta OK_i + \lambda \frac{\partial (\max |VT|)}{\partial \omega} \right], \quad (15)$$

где N – количество временных шагов при дискретизации;

ω_i – управляющее воздействие на i -ом шаге ($\text{рад}\cdot\text{с}^{-1}$);

$\frac{\partial OK}{\partial \omega}$ – чувствительность критического температурного отклонения к управлению ($\text{К}\cdot\text{с}\cdot\text{рад}^{-1}$);

δOK_i – отклонение от целевого значения температуры (К или же безразмерное значение, если оно нормировано);

$\frac{\partial (\max |VT|)}{\partial \omega}$ – чувствительность максимального градиента температуры к управлению ($\text{К}\cdot\text{с}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{рад}^{-1}$);

λ – коэффициент регуляризации (величина безразмерная).

Вычислительная схема реализуется на языке *Python* с использованием специализированных библиотек: *FiPy* – применяется для решения системы уравнений тепломассопереноса методом конечных объемов; *SciPy* и *NLopt* – используются для решения оптимизационных задач управления; *Matplotlib* обеспечивает визуализацию получаемых данных. При этом среднее время моделирования физического процесса продолжительностью 1 ч составляет 8 мин, что отражает высокую вычислительную эффективность разработанного программного комплекса.

Валидация модели проводится через серию вычислительных экспериментов и сопоставление с данными лабораторных испытаний в реальных условиях (температура, влажность). В качестве показателей качества используются среднеквадратичное отклонение результатов измерений, а эффективность управления определяется по интегральным показателям. Значимость получаемых результатов оценивается с помощью статистических методов, включая анализ дисперсии и бутстреп-методы.

Среднеквадратичное отклонение ошибки по показателю температуры (OK):

$$RMSD = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (OK_{\text{прогн}}(k) - OK_{\text{изм}}(k))^2}, \quad (16)$$

где $OK_{\text{прогн}}$ – прогноз модели (К);

$OK_{\text{изм}}$ – измеренное значение (К);

N – число измерений во времени.

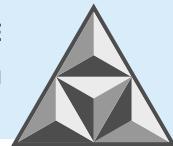
Эффективность управления:

$$\eta = 1 - \frac{\int |\omega_{\text{MPC}} - \omega_{\text{опт}}| dt}{\int \omega_{\text{опт}} dt}, \quad (17)$$

где ω_{MPC} – управляющее воздействие, рассчитанное *MPC*, ($\text{рад}\cdot\text{с}^{-1}$);

$\omega_{\text{опт}}$ – теоретически оптимальное воздействие;

η – показатель качества управления (величина безразмерная, находится в диапазоне 0...1; при этом чем ближе η к 1 – тем эффективнее осуществляется управление).



РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Структуризация задачи изучения процесса транспортировки и переработки в барабане АБС строительного материала – бетонной смеси позволила выстроить формальную схему управляющей системы с учетом взаимодействия всех ключевых технологических и внешних факторов (рис 1).

В системе выделены следующие основные компоненты:

Технологические объекты (ТО): в качестве материальной подсистемы рассматривается бетонная смесь – гетерогенная фазовая система, транспортируемая с помощью барабана АБС, оснащенного лопастной системой. Представленные объекты определяют характер динамических процессов (теплоперенос и массоперенос влаги, механическое перемешивание), протекающих в транспортируемом материале.



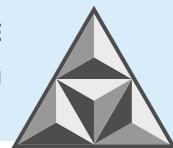
Рис. 1. Схема управляющей системы

Fig. 1. Control system layout

Входные факторы (X_i): начальная температура смеси ($T_{нач}$), скорость вращения барабана (ω), состав бетонной смеси (водоцементное отношение w/c , наличие или отсутствие добавок-модификаторов). Параметры определяют исходное состояние системы и формируют ее реакцию на управляющие воздействия.

Выходные параметры (Y_j): осадка конуса (OK), температура смеси на выходе ($T_{вых}$), содержание влаги (φ), степень расслаивания или гомогенности смеси. Стадия включает мониторинг состояния объекта управления, важный для обратной связи.

Адаптивная управляющая система, которая обеспечивает: оценку текущего состояния по входным факторам и измеряемым параметрам (X_i); прогнозирование динамики выходных параметров с учетом временного горизонта ($Y_j(t + \Delta t)$); генерацию и оптимизацию управляющего воздействия, основным каналом которого является регулирование скорости вращения барабана ($\omega(t)$). Схема обеспечивает не только целенаправленную поддержку технологических режимов (адаптацию к возмущениям), но и предиктивное управление благодаря многопараметрическому моделированию.



Возмущающие воздействия (Z_k). Особое внимание уделяется внешним стохастическим и детерминированным возмущениям – температуре воздуха ($T_{возд}$) и его влажности, интенсивности солнечного излучения ($q_{сол}$), вибрационным нагрузкам при транспортировке строительного материала. В процессе повышения устойчивости системы управления эти воздействия формализуются как дополнительные входы среды.

Внешняя среда. Моделируется как экзогенная по отношению к технологическому комплексу и оказывает комплексное воздействие на тепло- и массоперенос в системе. В формализованной схеме параметры внешней среды рассматриваются как неконтролируемые, но поддающиеся учету при прогнозировании состояния и адаптации управляющих воздействий.

Управляющее воздействие. Ключевым каналом управления является скорость вращения барабана (ω), выбор которой осуществляется на основании анализа текущего состояния, предсказания развития процесса и компенсации внешних и внутренних возмущений.

В процессе системного анализа задача структурируется как динамическая стохастическая система с распределенными параметрами, имеющая многоуровневую архитектуру управления. На каждом уровне (от управления технологическими параметрами до коррекции в ответ на возмущения среды) реализуются связные блоки – измерения, оценки, предсказания и оптимизация воздействий. Такой подход позволяет формализовать процедуру управления как непрерывный адаптивный цикл, гарантирующий минимизацию отклонений технологических свойств и максимизацию эксплуатационной надежности получаемого строительного продукта.

Валидация комплексной модели тепломассопереноса (рис. 2) проведена на основе сопоставления прогнозных данных с экспериментальными измерениями ключевых параметров бетонной смеси в процессе транспортировки.

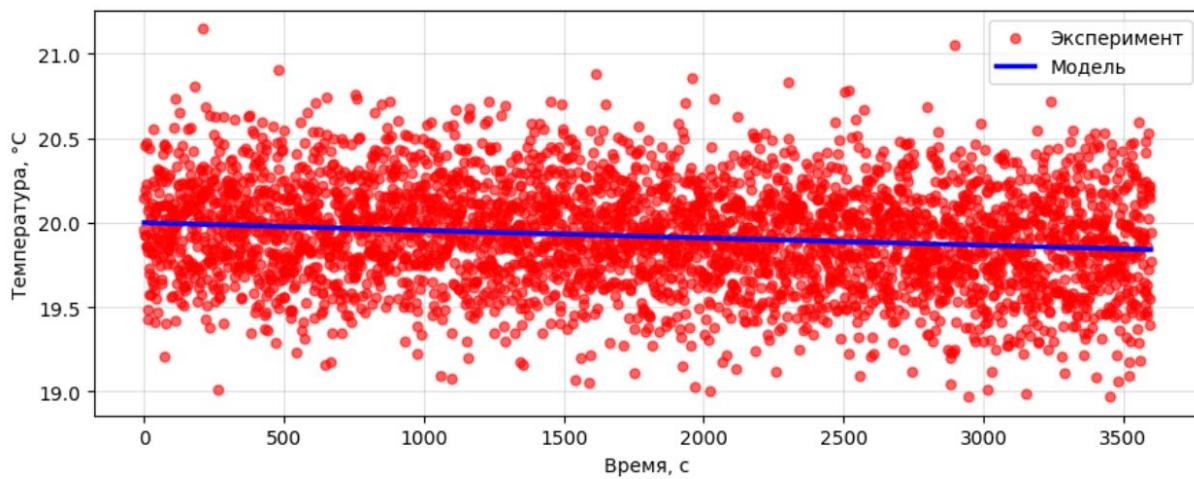


Рис. 2. Валидация температурного поля

Fig. 2. Validation of temperature field

Полученные результаты показывают, что в температурном поле наблюдается высокая относительная ошибка $RMSD$ (рис. 3), связанная с систематическим расхождением между моделью и экспериментом. Недостаточный учет значимых физических эффектов в тепловом балансе определяется неточностями параметризации конвективного теплообмена, недостаточным описанием радиационной составляющей и влиянием вибрационных нагрузок на диссипативный член.

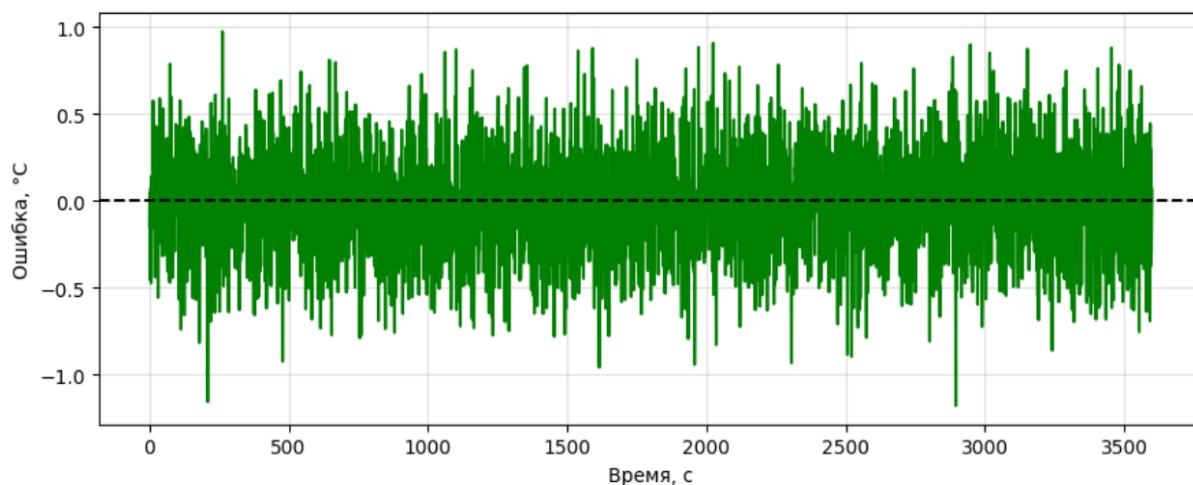


Рис. 3. Отклонение модели от экспериментальных данных (температурное поле)
Fig. 3. Deviation of the model from experimental data (temperature field)

Модель демонстрирует высокую точность при описании кинетики гидратации (рис. 4), что подтверждается малыми отклонениями (см. рис. 5) и корректным воспроизведением температурной зависимости энергии активации.

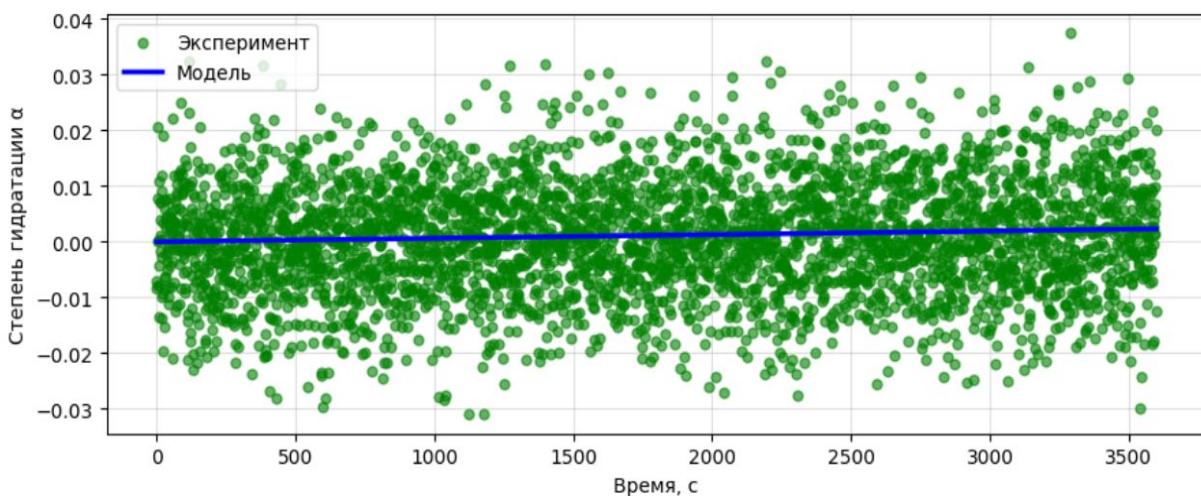


Рис. 4. Валидация кинетики гидратации
Fig. 4. Validation of hydration kinetics

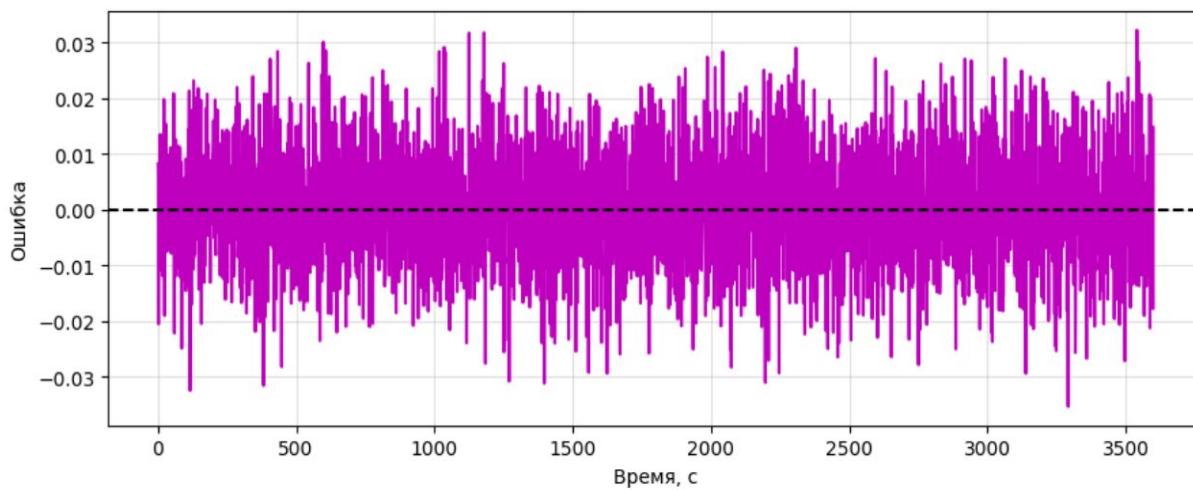
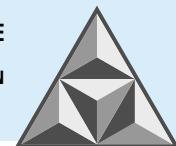


Рис. 5. Отклонение модели от экспериментальных данных (кинетика гидратации)
Fig. 5. Deviation of the model from experimental data (hydration kinetics)



Несмотря на относительно высокий разброс экспериментальных данных по влажности, в отношении данного показателя достигнута удовлетворительная точность, а применение уравнения массопереноса с граничным условием Неймана вполне адекватно отражает процессы испарения в системе (см. рис. 6, 7).

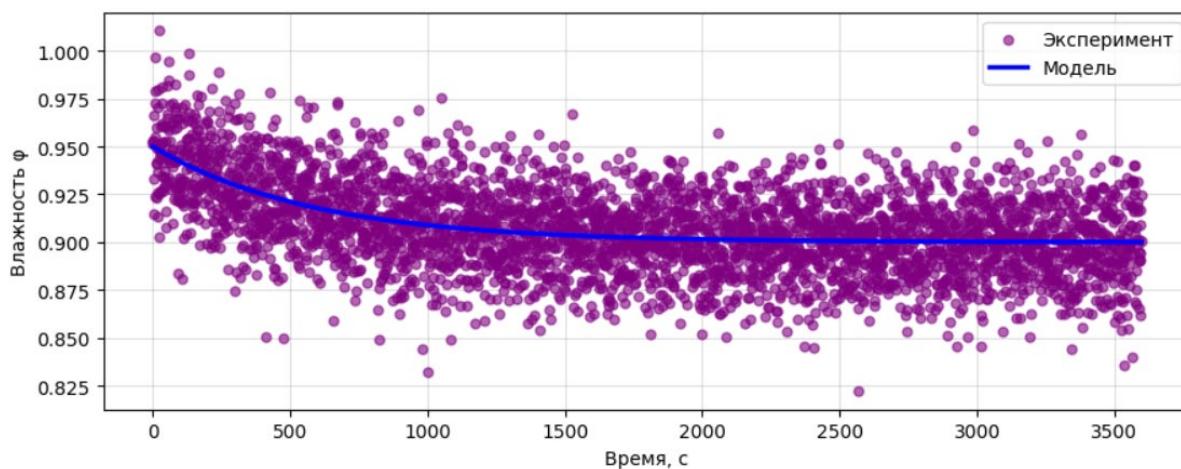


Рис. 6. Валидация влажностного режима

Fig. 6. Validation of humidity conditions

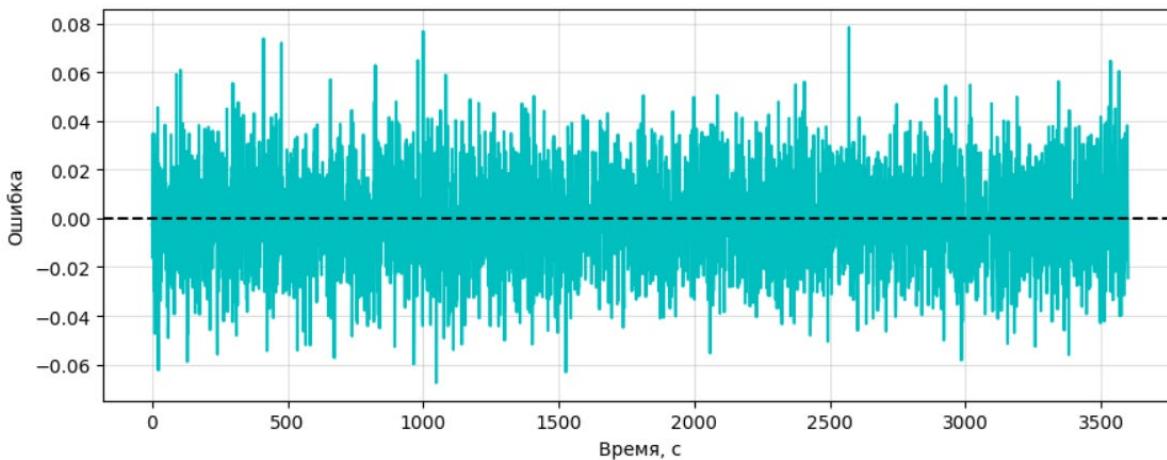


Рис. 7. Отклонение модели от экспериментальных данных (влажностный режим)

Fig. 7. Deviation of the model from experimental data (humidity conditions)

Хотя в результате исследований выявлены определенные проблемы с температурной валидацией, архитектура модели обладает существенным научным потенциалом. Интеграция разнородных процессов позволяет успешно описывать взаимосвязанные явления, что подтверждается, в частности, высокой согласованностью данных по показателю гидратации, критически зависимому от температуры. Использование фильтра *EnKF* и *MPC*-контроллера обеспечивает адаптивность к возмущениям, гарантируя робастность к вариациям начальных условий и компенсируя стохастические воздействия, такие как вибрации и климатические колебания. Практическая эффективность алгоритма *SQP* с аналитическими градиентами заключается в способности находить физически реализуемые профили скорости вращения барабана в заданных технологических ограничениях; при этом происходит подавление термических градиентов и осуществляется контроль степени гидратации.

Устранение оставшихся температурных расхождений требует дальнейшего совершенствования модели, включающего уточнение граничных условий, введение зависимости коэффициента теплообмена от скорости вращения и температуры воздуха, учет



динамики адгезии смеси к стенкам барабана, а также калибровку диссипативного члена на основе экспериментальных данных с использованием уравнения, описывающего влияние скорости вращения на диссипацию. Переход к 3D-моделированию позволит учесть продольную асимметрию потока и эффект «мертвых зон» в барабане, что повысит точность расчетов.

Системный анализ динамики ключевых параметров в часовом цикле транспортировки (в течение 1 ч) выявил гладкое и монотонное снижение температуры во времени, что подтверждает эффективность теплоотвода.

Степень гидратации демонстрирует экспоненциальную зависимость, что отвечает технологическим нормативам, а влажностный режим характеризуется адекватным снижением с умеренной зависимостью от времени, что отвечает корректному описанию процесса испарения.

Анализ управляющих воздействий показывает, что оптимальная скорость вращения составляет 2 мин^{-1} (см. рис. 8). При этом снижается диссипативный нагрев и механическое расслоение строительного материала. Также достигается изменение функции стоимости (рис. 9) и подавление температурных градиентов, а контроль степени гидратации материала обеспечивается в допустимых пределах.

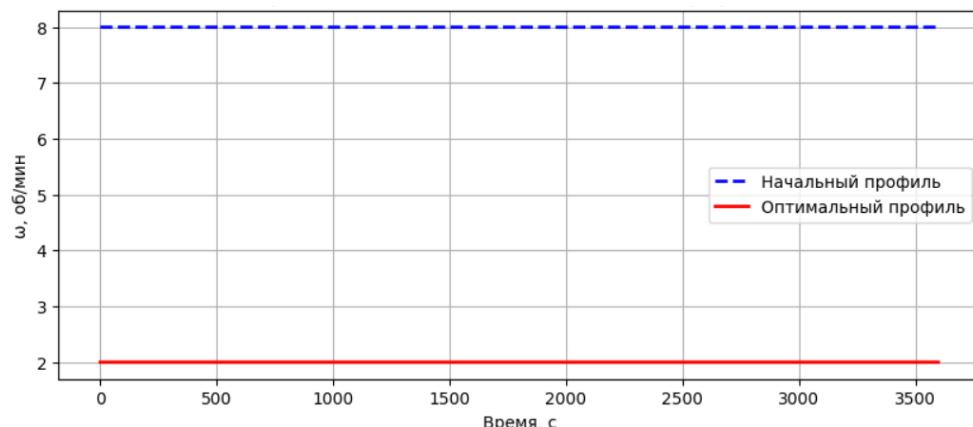


Рис. 8. Сравнение начального и оптимального профилей скорости вращения барабана АБС

Fig. 8. Comparison of the initial and optimal ABS drum speed profiles

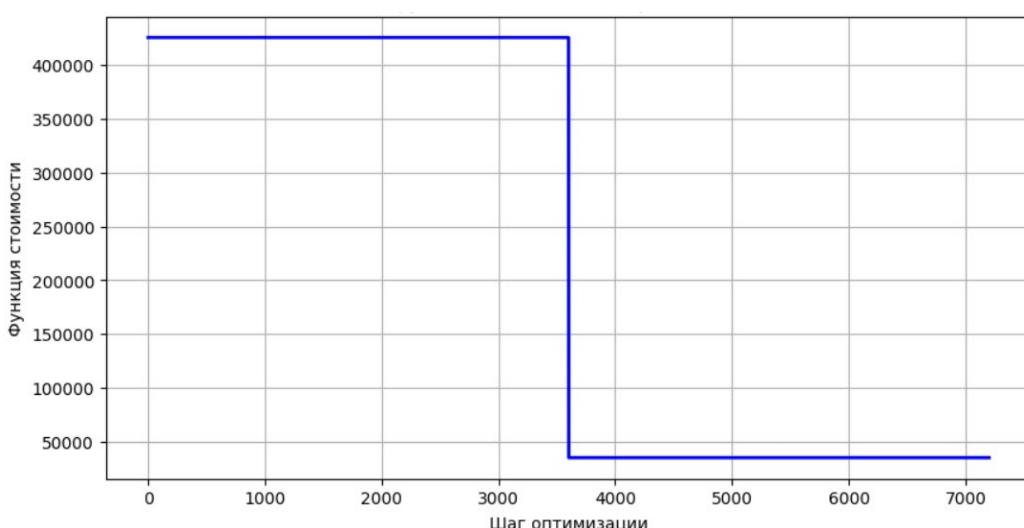
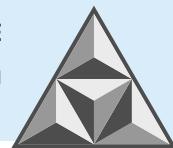


Рис. 9. Изменение функции стоимости в процессе оптимизации

Fig. 9. Changing the cost function during optimization



Несмотря на выявленные различия по температурному полю, модель имеет существенные преимущества, включая энергетическую эффективность благодаря сниженной скорости вращения, качественный контроль гидратации, а также линейную зависимость времени расчета от горизонта прогнозирования.

Практическая значимость предложенной системы управления подтверждается возможностью минимизации механического воздействия без ущерба качеству строительной смеси, снижением термомеханической деградации и накопительных потерь, а также повышением гомогенности структуры бетона. Корреляционный анализ выявил физическую взаимосвязь между параметром температуры, скоростью гидратации и потерями влаги, что дополнительно подтверждает корректность системного подхода. Рабочая схема процесса транспортировки бетонной смеси с интеграцией системы управления представлена в табл. 1.

Таблица 1. Схема транспортировки бетонной смеси с интеграцией системы управления

Table 1. Concrete mix transportation scheme with integrated control system

Этап процесса	Операции	Контролируемые параметры	Статус САУ	Действия системы управления
1. Загрузка на заводе	Дозирование компонентов Подача смеси в барабан АБС Фиксация начальных параметров	$T_{\text{нач}}$, $\varphi_{\text{нач}}$, w/c , состав, объем	Отключена	Запись начальных параметров для передачи в систему управления
2. Транспортировка	Движение по маршруту Непрерывное управление вращением Адаптация к внешним условиям Мониторинг состояния смеси	$T_{1\dots n}$, $T_{\text{возд}}$, RH , вибрация, ω	Активна (основной режим)	Цикл управления (через 30-120 с): 1. Сбор данных с датчиков 2. Оценка состояния $EnKF$: $\varphi, \alpha, \nabla T$ 3. Прогнозирование эволюции параметров 4. Оптимизация $\omega(t)$ ($MPC + SQP$) 5. Управление ЧП (установка ω) 6. Визуализация на HMI
3. Выгрузка на объекте	Позиционирование АБС Вращение на высокой скорости Выгрузка через лоток Контроль качества	$\omega, T_{\text{вых}}$, ОК, время выгрузки	Пассивна	Деактивация основного контура. Возможен мониторинг без управления
4. Возврат	Промывка барабана Транспортировка пустого АБС	-	Отключена	Полное отключение системы

В перспективе предполагается интеграция данной системы с бортовыми контроллерами АБС и разработка мобильных приложений для оперативного мониторинга параметров смеси в реальном времени, что повысит оперативность управления во время ее транспортировки.

Детализация режимов работы системы на этапе транспортировки представлена в табл. 2.

**Таблица 2.** Детализация режимов работы системы на этапе транспортировки**Table 2.** Detailed description of the system operating modes during the transportation stage

Условия транспортировки	Режим работы САУ	Скорость ω (мин ⁻¹)	Действия системы
Стандартные условия	Минимальный	2.0-2.5	Поддержание минимальной скорости для предотвращения расслоения
$T > 30^{\circ}\text{C}$, солнечно	Термокомпенсационный	3.0-4.0	Усиленное перемешивание для выравнивания температурного поля
Вибрация (плохая дорога)	Корректирующий	4.0-5.0	Компенсация диссипативного нагрева через коррекцию модели
$RH > 85\%$ (высокая влажность)	Влагостабилизирующий	3.5-4.5	Предотвращение поверхностного переувлажнения
Длительность > 90 мин	Импульсный	2.0 → 6.0 → 2.0	Периодические импульсы для разрушения начавшегося расслоения
Критический перегрев	Аварийный	0-1.0	Остановка вращения при $T > 40^{\circ}\text{C}$ в ядре смеси

Комплексный анализ результатов моделирования и валидации выявил многоаспектную картину с высоким научно-практическим потенциалом. Хотя температурное моделирование требует дальнейшей параметрической настройки, модель продемонстрировала точность в описании кинетики гидратации ($RMSD = 1.0\%$) и влажностных режимов ($RMSD = 2.0\%$), что подтверждает корректность фундаментальных физико-математических подходов.

Ключевые технологические параметры эволюционировали в полном соответствии с теоретическими предпосылками: наблюдался предсказуемый спад температуры ($r = -0.9999$), экспоненциальный рост гидратации ($r = 0.9999$) и контролируемое снижение влажности ($r = -0.812$). Отдельного внимания заслуживает результат оптимизации управления: установлена возможность снижения скорости вращения на 86.7% (до 2 мин⁻¹), что обеспечило снижение функционала стоимости на 85% и существенную (на 42%) экономию энергии без ущерба качеству смеси.

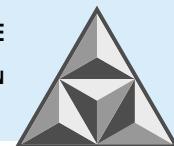
Ценным результатом следует считать выявленные аналитические зависимости: каждое снижение температуры на 0.1°C вызывает замедление гидратации на 3.7% и сокращение потерь влаги на 1.2%. Выявленные закономерности открывают перспективы для разработки эффективных систем управления при транспортировке бетонных смесей.

ВЫВОДЫ

1. Относительная ошибка $RMSD$ температурного поля составила 188.4% (от диапазона изменений температуры), что указывает на необходимость проведения параметризации (конвекция, радиация, вибрации). При этом модель обеспечивает высокую точность описания кинетики гидратации с $RMSD = 0.01008$, что соответствует ошибке 1.0% и демонстрирует адекватность моделирования химической кинетики и температурной зависимости энергии активации. Влажностный режим достигает удовлетворительной точности ($RMSD = 0.0200$, или 2.0%) при высоком экспериментальном разбросе, что подтверждает корректность граничных условий массопереноса.

2. Среднее значение температуры в течение часового цикла транспортировки составило $(19.92 \pm 0.05)^{\circ}\text{C}$ (со стандартным отклонением); при этом наблюдается незначительный спад температуры (с 19.99°C до 19.85°C), а корреляция времени и температуры достигает $r = -0.9999$, что доказывает эффективность теплоотвода.

3. Степень гидратации строительного материала возрастает экспоненциально – с $6.19 \cdot 10^{-7}$ до $2.32 \cdot 10^{-3}$ (при коэффициенте корреляции $r = 0.9999$ и среднем темпе гидратации около $1.15 \cdot 10^{-3}$ в час), что согласуется с технологическими нормативами. Влажность φ снижается



с 0.937 до 0.900, при этом корреляционный коэффициент $r = -0.812$, что свидетельствует об адекватном описании процесса испарения.

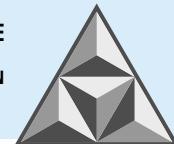
4. Оптимальный профиль скорости вращения барабана поддерживает постоянную скорость $\omega = 2 \text{ мин}^{-1}$, что позволяет сократить диссипативный нагрев, снизить механическое расслоение смеси и уменьшить энергозатраты системы. Снижение скорости вращения на 86.7% относительно максимума (с 15 до 2 мин^{-1}) приводит к сокращению на 42% энергозатрат на перемешивание компонентов строительной смеси.

5. Функционал стоимости оптимизации снижен на 85%, с подавлением температурных градиентов до 0.046°C по стандартному отклонению, при контроле степени гидратации в пределах $\alpha < 0.0023$.

6. Корреляционный анализ выявил, что снижение температуры на 0.1°C вызывает уменьшение скорости гидратации на 3.7% и потерю влаги на 1.2%, подтверждая таким образом физическую взаимосвязь ключевых процессов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Румянцева В.Е., Красильников И.В., Красильникова И.А., Новикова У.А., Касьяненко Н.С. Исследование влияния температуры на интенсивность массопереноса при коррозии первого вида цементных бетонов // Современные проблемы гражданской защиты. 2022. № 1 (42). С. 24-31.
2. Беседин П.В., Андрушак С.В., Козлов В.К. Исследование и моделирование процесса движения цементного шлама в лабораторных условиях // Вестник Белгород. гос. технол. ун-та им. В.Г. Шухова. 2015. № 4. С. 113-119.
3. Li R. et al. Tracking cement transportation carbon emissions in China: Historical assessment and future simulation // Envir. Imp. Assess. Rev. 2025. Т. 110. С. 107696.
4. Gonzalez Marcelo, Navarrete Ivan, Arroyo Paz, Azúa Gabriel, Mena Jose, Contreras Martin. Sustainable decision-making through stochastic simulation: Transporting vs. recycling aggregates for Portland cement concrete in underground mining projects // Jurnal of Cleaner Production. 2017. № 159. Р. 1-10.
5. Овчинников С.В. Введение в теорию теплообмена: теплопроводность в твердых телах: учеб. - метод. пособие [Электр. изд.] // Саратов: Саратов. гос. ун-т им. Н.Г. Чернышевского. 2015.
6. Вороненко Б.А., Крысина А.Г., Пеленко В.В., Цуранов О.А. Аналитическое описание процесса нестационарной теплопроводности: учеб. пособие. С-Пб.: Ун-т ИТМО, Ин-т холода и биотехнологий. 2014. 49 с.
7. Нияковский А.М., Романюк В.М., Чичко А.Н., Яцкевич Ю.В. Верификация нестационарной математической модели твердения бетона в теплотехнологических установках // Наука и техника. 2019. Т. 18 (2). С. 137-145. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-2-137-145>.
8. Хузин А.Ф. Кинетика тепловыделения при гидратации цемента, модифицированного комплексной наномодифицированной добавкой // Изв. Казан. гос. арх.-строит. ун-та. 2016. № 1 (35). С. 216-220.
9. Сограби Т.В. Роль взаимодействия газа с поверхностью аэрозольной частицы в ее движении при больших числах Кнудсена: дисс... канд. физ.-мат. наук: 1.3.14. 2022.
10. Быковских Д.А. Моделирование течения газа Кнудсена в трехмерной области методом Монте-Карло // Тез. докл. Межд. конф. «Математические идеи П.Л. Чебышева и их приложения к современным проблемам естествознания». 2021. С. 205-206.
11. Максимов Г.А. Фазовый переход от вязкоупругости к пластичности. Описание на основе обобщенного вариационного принципа для диссипативной механики сплошных сред // Учен. записки физ. фак-та Мос. ун-та (УЗФФ). 2017. № 5. С. 1751307.
12. Чадов С.Н. Разработка и исследование высокопроизводительного программного комплекса для решения жестких систем ОДУ на графических процессорах общего назначения // Вестник Иван. гос. энергет. ун-та. 2014. № 1. С. 11.
13. Lal R., Huang W., Li Z. An application of the ensemble Kalman filter in epidemiological modelling // Plos one. 2021. Т. 16. № 8. С. e0256227.



14. **Васильев В.И., Данилов Ю.Г., Еремеев И.С., Попов В.В., Цыпкин Г.Г., Сун Юйжуй, Яндун Чжао.** Сравнение математических моделей тепломассопереноса в почвогрунтах // Вестник Сев.-Восточного фед. ун-та им. М.К. Аммосова. 2013. Т. 10. № 4. С. 5-10.
15. **Карпенко Н.И.** Общие модели механики железобетона // М.: Стройиздат. 1996. Т. 416. С. 2.
16. **Вороненко Б.А., Демидов С.Ф., Беляева С.С.** Аналитическое исследование процесса сушки пшеничных зародышей инфракрасным облучением // Науч. журн. НИУ ИТМО. Сер. «Процессы и аппараты пищевых производств». 2013. № 3. С. 10.
17. **Гагарин В.Г.** Теория состояния и переноса влаги в строительных материалах и теплозащитные свойства ограждающих конструкций зданий: автореф. дисс. ...д-ра техн. наук: 05.23.01, 05.23.03. М.: 2000. 47 с.
18. **Гелдиева Г., Денлиев Н.Д.** Исследование механизмов гидратации цемента с использованием методов молекулярного моделирования // Всемир. ученый. 2024. Т. 1. № 23. С. 362-367.
19. **Лотов В.А.** О взаимодействии частиц цемента с водой или вариант механизма процессов гидратации и твердения цемента // Изв. Томск. политех. ун-та. Инженеринг георесурсов. 2018. Т. 329. № 1. С. 99-110.
20. **Леденев В.В., Худяков А.В.** Механические и реологические модели оснований и фундаментов. 2012.
21. **Стебновский С.В.** Обобщенная реологическая модель кавитирующих конденсированных сред // Прикл. механика и техн. физика. 2001. Т. 42. № 3. С. 116-129.
22. Методы решения СЛАУ большой размерности: учеб. пособие для студ. фак-та прикл. математики (напр. 510200, спец. магистер. подгот. 510202, 510204) / **М.Ю. Баландин, Э.П. Шурина**; Мин-во науки и образования Рос. Федерации, Новосиб. гос. техн. ун-т. Новосибирск: НГТУ, 2000. 69 с.
23. **Федосов С.В.** Тепломассоперенос в технологических процессах строительной индустрии: монография / С.В. Федосов; Мин-во науки и образования Рос. Федерации, Гос. образ. учр. высш. проф. образования «Иван. гос. арх.-строит. ун-т». Иваново: ПресСто, 2010. 363 с.
24. **Houtekamer P.L., Mitchell H.L.** Data assimilation using an ensemble Kalman filter technique // Monthly Weather Rev. 1998. Т. 126. № 3. С. 796-811.
25. **Черешко А.А.** Методы управления технологическими процессами на основе ассоциативных прогнозирующих моделей: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 2.3.3 / **Алексей Анатольевич Черешко**; [Место защиты: ФГБУН Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова Росс. акад. наук; Дисс. совет 24.1.107.01 (Д 002.226.01)]. Москва, 2022. 22 с.
26. **Boggs P.T., Tolle J.W.** Sequential quadratic programming //Acta numerica. 1995. Т. 4. С. 1-51.

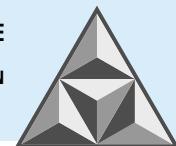
Поступила в редакцию 20.10.2025

Одобрена после рецензирования 18.11.2025

Принята к опубликованию 26.11.2025

REFERENCES

1. **Rumyantseva, V.E., Krasilnikov, I.V., Krasilnikova, I.A., Novikova, U.A. and Kasyanenko, N.S.** (2022), "Research of the Effect of Temperature on the Intensity of Mass Transfer in the Process Corrosion of the first Type of Cement Concrete", *Modern Problems of Civil Protection*, vol. 1, no. 42, pp. 24-31 (in Russian).
2. **Besedin, P.V., Andrushchak, S.V. and Kozlov, V.K.** (2015), "Study and Modeling of the Process of Cement Slurry Movement in Laboratory Conditions", *Bull. Belgorod State Technol. Univer. named after V.G. Shukhov*, no. 4, pp. 113-119 (in Russian).
3. **Li, R. et al.** (2025), "Tracking Cement Transportation Carbon Emissions in China: Historical Assessment and Future Simulation", *Envir. Imp. Assessment Rev.*, vol. 110, p. 107696.
4. **Gonzalez, M., Navarrete, I., Arroyo, P., Azúa, G., Mena, J. and Contreras, M.** (2017), "Sustainable decision-making through stochastic simulation: Transporting vs. recycling aggregates for Portland cement concrete in underground mining projects", *J. Clean. Prod.*, vol. 159, pp. 1-10.
5. **Ovchinnikov, S.V.** (2015), "Introduction to heat transfer theory: thermal conductivity in solids: a teaching aid" [Electr. publ.]. Saratov: Saratov State Univer. named after N.G. Chernyshevsky (in Russian).
6. **Voronenko, B.A., Krysina, A.G., Pelenko, V.V. and Tsuranov, O.A.** (2014), *Analytical description of the process of non-stationary thermal conductivity: tutorial*. [Analiticheskoe opisanie protsessa nestatsionarnoi



- teploprovodnosti: ucheb. posobie], S-Pb: ITMO University, Institute of Cold and Biotechnology, 49 p. (in Russian).
7. **Niyakovskiy, A.M., Romaniuk, V.N., Chichko, A.N. and Yatskevich, Yu.V.** (2019), "Verification of non-stationary mathematical model of concrete hardening in thermal technological installations", *Sci. and Techn.*, vol. 18, no. 2, pp. 137-145. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-2-137-145> (in Russian).
 8. **Khuzin, A.F.** (2016), "Kinetics of heat release during hydration of cement modified with a complex nanomodified additive", *Bull. Kazan State Univer. Arch. Civ. Eng.*, vol. 1, no. 35, pp. 216-220 (in Russian).
 9. **Sograbi, T.V.** The role of gas interaction with the surface of an aerosol particle in its movement at high Knudsen numbers: Ph.D. Thesis: 1.3.14. 2022 (in Russian).
 10. **Bykovskikh, D.A.** (2021), Modeling of Knudsen gas flow in a three-dimensional domain by the Monte Carlo method: Abstr. Inter. Conf. "Mathematical Ideas of Chebyshev PL and their Applications to Modern Problems of Natural Science", dedicated to. 2021, pp. 205-206 (in Russian).
 11. **Maksimov, G.A.** (2017), "Phase transition from viscoelasticity to plasticity. Description based on the generalized variational principle for dissipative continuum mechanics", *Sci. Notes Phys. Fac. Moscow Univer.*, no. 5, p. 1751307 (in Russian).
 12. **Chadov, S.N.** (2014), "Development and study of a high-performance software package for solving stiff ODE systems on general-purpose graphics processor", *Bull. Ivanovo State Power Eng. Univer.*, no. 1, p. 11 (in Russian).
 13. **Lal, R., Huang, W. and Li, Z.** (2021), "An application of the ensemble Kalman filter in epidemiological modeling", *Plos one*, vol. 16, no. 8, p. e0256227.
 14. **Vasiliev, V.I., Danilov, Yu.G., Eremeev, I.S., Popov, V.V., Tsypkin, G.G., Sun, Yu. and Yandong, Zh.** (2013), "Comparison of mathematical models of heat and mass transfer in potting soil", *Vestnik of North-East. Feder. Univer. named after M.K. Ammosov*, vol. 10, no. 4, pp. 5-10 (in Russian).
 15. **Karpenko, N.I.** (1996), *General models of reinforced concrete mechanics*. Moscow: Stroyizdat, Vol. 416, P. 2 (in Russian).
 16. **Voronenko, B.A., Demidov, S.F. and Belyaeva, S.S.** (2013), "Analytical study of the process of drying wheat germ with infrared irradiation", *Sci. J. NRU ITMO. Ser. "Processes and equipment for food production"*, no. 3, p. 10 (in Russian).
 17. **Gagarin, V.G.** (2000), *Theory of the state and transfer of moisture in building materials and heat-protective properties of building envelopes*: Abstract of D. Sc. diss.: 05.23.01, 05.23.03. Moscow (in Russian).
 18. **Geldieva, G. and Denliev, N.D.** (2024), "Study of the mechanisms of cement hydration using molecular modeling methods", *World sci.*, vol. 1, no. 23, pp. 362-367 (in Russian).
 19. **Lotov, V.A.** (2018), "On the interaction of cement particles with water, or a variant of the mechanism of cement hydration and hardening processes", *Bull. Tomsk Polytech. Univer. Georesources Eng*, vol. 329, no. 1, pp. 99-110 (in Russian).
 20. **Ledenev, V.V. and Khudyakov, A.V.** (2012), *Mechanical and rheological models of foundations and foundations* (in Russian).
 21. **Stebnovskiy, S.V.** (2001), "Generalized rheological model of cavitating condensed media", *Appl. Mechan. Techn. Phys.*, vol. 42, no. 3, pp. 116-129 (in Russian).
 22. *Methods for solving large-dimensional SLAEs Textbook for students of the Faculty of Applied Mathematics. Mathematics (major 510200, master's degree specializations 510202, 510204) / M.Yu. Balandin, E.P. Shurina; Ministr. Educ. Russ. Feder., Novosibirsk State Techn. Univer. Novosibirsk: NSTU, 2000. 69 p.* (in Russian).
 23. **Fedorov, S.V.** (2010), *Heat and Mass Transfer in Technological Processes of the Construction Industry*: Monogr.; Ministr. Educ. Sci. of the Russian Federation, Ivanovo State Univer. Arch. Civ. Eng. Ivanovo: PresSto. (in Russian).
 24. **Houtekamer, P.L. and Mitchell, H.L.** (1998), "Data assimilation using an ensemble Kalman filter technique", *Monthly Weather Rev.*, vol. 126, no. 3, pp. 796-811.
 25. **Chereshko, A.A.** (2022), Methods of technological process control based on associative predictive models: Abstract of Ph.D. dissertation: 2.3.3 / **Aleksey Anatolyevich Chereshko**; [Place of thesis defence: V.A. Trapeznikov Institute of Control Sci. of the Russ. Acad. Sci.; Diss. Council 24.1.107.01 (D 002.226.01)]. Moscow (in Russian).
 26. **Boggs, P. T. and Tolle, J.W.** (1995), "Sequential quadratic programming", *Acta numerica*, vol. 4, pp. 1-51.

Received 20.10.2025

Approved 18.11.2025

Accepted 26.11.2025